

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ І ПРОДОВОЛЬСТВА УРАЇНИ

УМАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ САДІВНИЦТВА

Факультет лісового і садово-паркового господарства

Кафедра геодезії, картографії та кадастру

Кононенко С.І., Шемякін М.В., Кисельов Ю.О., Удовенко І.О., Кирилюк В.П.,
Боровик П.М.

ГЕОДЕЗІЯ

ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ НА РЕФЕРЕНЦ-ЕЛІПСОЇДІ

Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам
спеціальності 193 геодезія та землеустрій

Кононенко С.І., Шемякін М.В., Кисельов Ю.О., Удовенко І.О., Кирилюк В.П., Боровик П.М. Геодезія. Перетворення координат на референц-еліпсоїді // Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2022. 19 с.

Рецензенти:

Шлапак В.П – доктор с.-г. наук, професор (Уманський НУС)

Побережець І.І. – кандидат с.-г наук, доцент (Уманський НУС)

Рекомендовано до видання науково-методичною комісією факультету лісового і садово-паркового господарства.

© С.І. Кононенко
М.В. Шемякін
Ю.О. Кисельов
І.О. Удовенко
В.П. Кирилюк
П.М. Боровик

2022 р.

ЗМІСТ

	Стор.
Вступ.....	4
1. Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B, L, H в прямокутні (просторові) координати X, Y, Z	5
2. Перерахунок координат точок в систему Гауса-Крюгера	9
3. Редукування геодезичних вимірів з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса- Крюгера.....	16
Література.....	18

Вступ

Рішення будь яких задач у геодезії полягає у визначенні певних параметрів точок місцевості або споруди у обраній системі координат. Система координат – це математично визначений спосіб встановлення місцеположень точок у просторі, на площині або сфері. Кількість чисел, необхідних для однозначного визначення положення будь-якої точки простору, визначає його вимірність. Сукупність чисел, що визначають положення конкретної точки, називається координатами цієї точки. Обов'язковим елементом системи координат є початок координат – це точка, від якої ведеться відлік відстаней або кутів.

Розвиток сучасних технологій дозволяє використовувати для вирішення цих задач різноманітні інструментальні, фотограмметричні або супутникові технології. Системи координат, в яких вирішуються поставлені задачі, обираються відповідно наявних вихідних даних і застосованих технологій.

Тому, перед сучасним фахівцем із геодезії і землеустрою постає питання перерахунку координат точок із одної системи в іншу. Як правило, подібні перерахунки здійснюються за допомогою комп'ютерної техніки у програмному забезпеченні, що супроводжує прилад, яким були здійснені вимірювання. Перелік таких програм настільки ж різноманітний, наскільки різноманітні прилади і технології, застосовані у сучасній прикладній геодезії.

Методичні вказівки пропонують отримати практичні навички із перерахунку координат точок між різними системами без вивчення і використання спеціальних комп'ютерних програм. Такі навички дозволять фахівцеві здійснювати необхідні перерахунки з використанням найпростіших і найпоширеніших інструментів, на кшталт програмного комплексу MS Office.

1. Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B, L, H в прямокутні (просторові) координати X, Y, Z

Теоретична частина:

За розташуванням початку відліку системи координат розрізняються на:

- 1) геоцентричні (рис. 1, а) X, Y, Z , з початком відліку у центрі мас Землі;
- 2) референтні (рис 1, б) або квазігеоцентричні X_R, Y_R, Z_R , з початком поблизу центру мас Землі, в центрі прийнятого референц-еліпсоїда;
- 3) топоцентричні (рис 1, в) X_T, Y_T, Z_T , з початком відліку на поверхні Землі в точці спостереження.

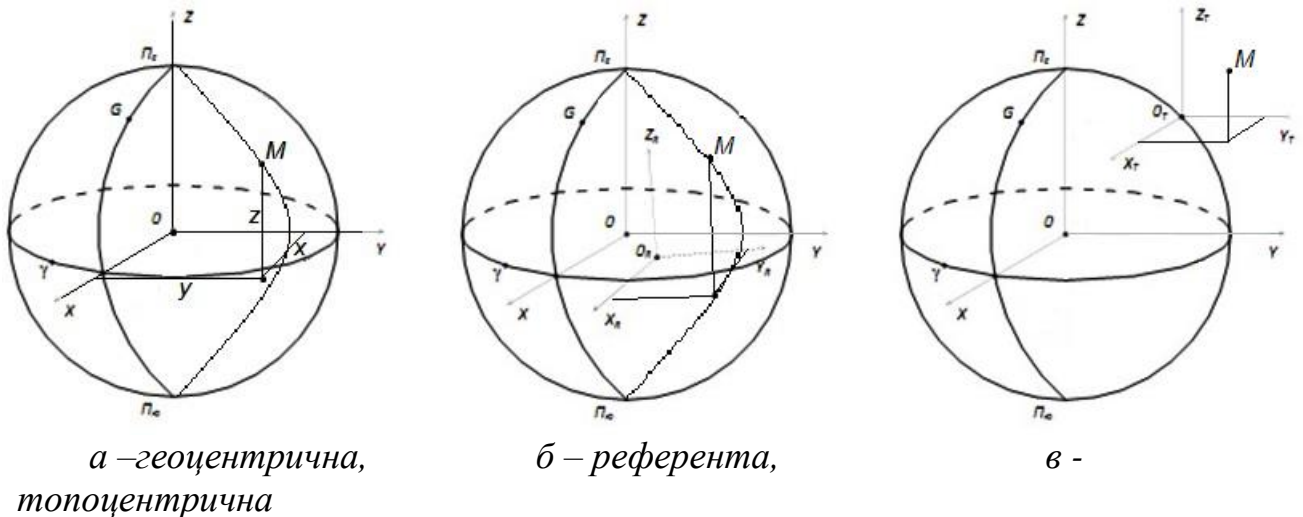


Рис. 1. Класифікація систем координат за початком відліку:

Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B, L, H в прямокутні (просторові) координати X, Y, Z здійснюється за формулами:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}; \quad W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}; \quad N = \frac{a}{W}$$

$$X = (N + H) \cos B \cos L$$

$$Y = (N + H) \cos B \sin L$$

$$Z = (N(1 - e^2) + H) \sin B$$

- де B і L – відповідно геодезичні широта і довгота пункту;
 H – висота пункту над прийнятим референц-еліпсоїдом;
 N – радіус кривизни першого вертикалу;
 e – ексцентриситет меридіанного еліпсу;
 a – велика піввісь еліпсоїда;
 b – мала піввісь еліпсоїда.

Для зворотного переходу від просторових координат X, Y, Z до геодезичних B, L, H виконуються ітерації при обчисленні широти B і висоти H з використанням наступного алгоритму:

- 1) Обчислюється допоміжна величина D :

$$D = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

- 2) Аналізують значення D :

якщо $D = 0$, то

$$B = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{Z}{|Z|}$$

$$L = 0$$

$$H = Z \sin B - a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

якщо $D > 0$, то обчислюють

$$L_a = \arcsin\left(\frac{Y}{D}\right)$$

при цьому, якщо:

$Y < 0$ та $X > 0$	то	$L = 2\pi - L_a$
$Y < 0$ та $X < 0$	то	$L = \pi + L_a$
$Y > 0$ та $X < 0$	то	$L = \pi - L_a$
$Y > 0$ та $X > 0$	то	$L = L_a$

2) Аналізують значення Z :

якщо $Z = 0$, то: $B = 0$

$$H = D - a$$

У всіх інших випадках використовується наступна схема перетворення:

1) Знаходять допоміжні величини r , c , p за формулами:

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$c = \arcsin\left(\frac{Z}{r}\right)$$

$$p = \frac{e^2 a}{2r}$$

3) проводять обчислення методом ітерацій (наближення):

$$s_1 = 0$$

$$b = c + s_1$$

$$s_2 = \arcsin\left(\frac{p \cdot \sin(2b)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 b}}\right)$$

Якщо $|s_1 - s_2| > 0.0001$, встановлюють $s_1 = s_2$ і обчислення повторюють, починаючи з обчислення b . Якщо $|s_1 - s_2| < 0.0001$, ітерації припиняють, і обчислюють значення координат:

$$B = b \quad H = D \cos B + Z \sin B - a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$

Хід роботи:

1. Вихідними даними служать координати пункту триангуляції в системі координат WGS 84.

назва	град	хв	сек
B	48	10	53
L	39	05	19
H	64,000		
	<i>Параметри еліпсоїда WGS-84</i>		
a	6378137,0000 м		
b	6356752,3142 м		

Для індивідуалізації завдання до секунд широти точки додається номер групи, до секунд довготи точки N (номер варіанту), а до висоти – N метрів.

1.2 Обчислити робочі координати, результат записати:

$$B = \underline{48^\circ 11' 03''}$$

$$L = 39^{\circ} 05' 29''$$

$$H = 74,000 \text{ м}$$

1.2. Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B , L , H в прямокутні (просторові) координати X , Y , Z .

$a =$		$L =$	
$b =$		$\cos L =$	
$e =$		$H =$	
$B =$		$X =$	
$\sin B =$		$\sin L =$	
$W =$		$Y =$	
$N =$		$H =$	
$\cos B =$		$Z =$	

1.3. Перетворення геоцентричних координат в геодезичні (еліпсоїдальні)

1. Вихідними даними служать координати пункту триангуляції в системі координат СК-42, що обираються відповідно номеру варіанту N .

№	Назва пункту	Координати			№	Назва пункту	Координати		
		X	Y	Z			X	Y	Z
1	ODESA	3806870,214	2237006,770	4587417,314	11	KYIV	3526260,092	2061749,800	4882453,068
2	LVIV	3791108,130	1689006,963	4827371,739	12	CHEMNIVTSI	3749247,018	1999291,335	4741274,936
3	POLTAVA	3437748,484	2347213,026	4816659,511	13	LUHANSK	3292172,612	2684089,748	4742264,253
4	CYERKASY	3535743,119	2212567,924	4809429,581	14	CERNIGIV	3419009,925	2068247,920	4954885,126
5	SEVASTOPOL	3817615,799	2508976,790	4436384,019	15	SUMY	3347343,768	2298860,012	4902282,112
6	KROPYVNYTSKIY	3598255,132	2262245,624	4739936,850	16	VINNYTSIA	3681613,046	1981391,301	4801006,084
7	RIVNE	3665190,936	1788015,816	4888023,542	17	LUTSK	3681705,174	1732897,562	4895468,652
8	UZYGOROD	3931134,676	1602665,818	4744558,068	18	KHARKIV	3345307,413	2444048,985	4833432,438
9	DONETSK	3420975,514	2620408,997	4686847,515	19	MYKOLAJIV	3740732,428	2301163,950	4609870,955
10	ZHYTOMYR	3601530,264	1947827,590	4874399,711	20	FRANKIVSK	3849533,208	1750453,592	4759171,145

Параметри референц-еліпсоїда Красовський-40:

$a=6378245,0\text{м}$ - велика (або екваторіальна) піввісь;

e –перший ексцентриситет меридіанного еліпсу: $e^2 = 0,0066934216$.

3.2. Розрахунки проводяться методом поступових наближень (ітерацій) у таблиці

Назва	Ітерації			
	I	II	III	IV
$X=$				
$Y=$				
$D =$				
$L_a=$				
$L=$				
$Z=$				
$r =$				
$c =$				
$e^2 =$				
$p =$				
$b =$				
$p \sin 2b=$				
$\sqrt{1 - e^2 \sin^2 b} =$				
$s_2 =$				
$ s_1 - s_2 =$				
$b =$				
$B=$				
H				

4. Зробити висновки по роботі.

2. Перерахунок координат точок в систему Гауса-Крюгера

Теоретична частина:

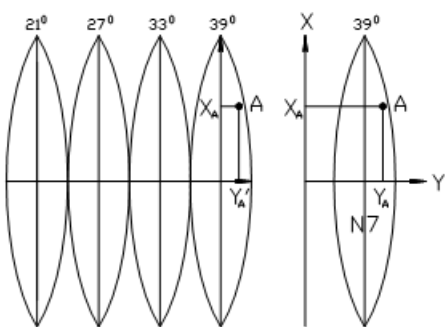
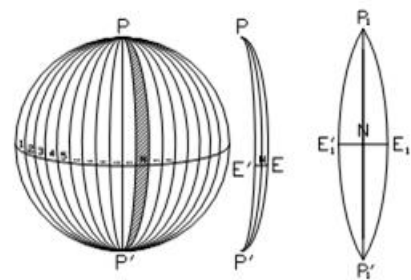
Поверхня земного еліпсоїда не може бути зображена на площині без розривів або без спотворень. У геодезії найбільш вигідною вважається рівнокутна (конформна) проекція, в якій забезпечується відсутність спотворень кутів і збереження подібності нескінченно малих фігур. При цьому масштаб зображення по осях X і Y (m_x і m_y) збільшується при видаленні точок від осі абсцис, але в кожній точці проекції не залежить від напрямку і становить:

$$m = m_x = m_y = 1 + \frac{Y^2}{2R^2} + \dots,$$

Де Y - видалення точки від осьового меридіана;

R - середній радіус кривизни еліпсоїда в даній точці.

В системі плоских прямокутних координат Гауса-Крюгера поверхню еліпсоїда розбита меридіанами на координатні зони шириною по 60 по довготі.



Кожна з цих зон зображується на площині незалежно від інших, утворюючи самостійну систему координат. Осями координат служать зображення осьового меридіана зони та екватора. Крайнім західним меридіаном першої зони є Гринвіцький меридіан. Довгота осьового меридіана координатних зон обчислюється за формулою:

$$L_{0,N} = 6^0 N - 3^0,$$

де N - номер координатної зони (рахунок зон ведеться від Гринвіцького меридіана на схід).

Координатні зони збігаються з колонами аркушів карт масштабу 1: 1000000, а номер зони (N) на 30 менше номера відповідної колони аркушів карт. Для однозначного визначення положення точки і отримання тільки позитивних значень ординат вісь абсцис переносять на 500 км на захід від осьового меридіана і перед ординатою записують № координатної зони.

Отже, ордината визначається за формулою:

$$Y = N * 1000000 + 500000 + y'$$

де N - номер координатної зони;

y' - віддалення точки від осьового меридіана.

Наприклад, точка розташована в координатній зоні № 7 на видаленні 11500 м від осьового меридіана на захід ($y' = -11500$ м). Тоді $y = 7000000$ м + 500000 м - 11500 м = 7488500 м.

При відомих значеннях *геодезичних координат на поверхні земного еліпсоїда* (B, L) *плоскі прямокутні координати Гауса-Крюгера* (x, y) обчислюються за формулами:

$$x = X + \frac{l^2}{2\rho^2} N \sin B \cos B \left\{ 1 + \frac{l^2 \cos^2 B}{12\rho^2} (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \frac{l^4 \cos^4 B}{360\rho^4} (61 - 58t^2 + t^4) \right\};$$

$$y = \frac{l}{\rho} N \cos B \left\{ 1 + \frac{l^2 \cos^2 B}{6\rho^2} (1 - t^2 + \eta^2) + \frac{l^4 \cos^4 B}{120\rho^4} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2) \right\},$$

де X – довжина дуги меридіану від екватора до точки з широтою B ;

N – радіус кривизни першого вертикалу в точці з широтою B ;

$t = tqB$; $\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$; $l = L - L_0$ – різниця між довготою даної точки і довготою осьового меридіану координатної зони. Радіус кривизни першого вертикалу N обчислюють за формулою:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}};$$

При визначенні *геодезичних координат по прямокутних координатах Гауса-Крюгера* по відомій абсцисі X широту B_0 основи зображення пласкої ординати Y на поверхні еліпсоїда та різниці широт $(B_0 - B)$, де B – шукана широта заданої точки. Далі обчислюють різницю довгот $(L - L_0 = l)$ меридіану даної точки і осьового меридіану зони. Широта B й довгота L встановлюються за формулами:

$$B = B_0 - (B_0 - B) \qquad L = L_0 + l$$

Різниця широт і довгот розраховується за формулами:

$$B_0 - B = \frac{y^2 \rho}{2M_0 N_0} t_0 \left\{ 1 + \frac{y^2}{12N_0} (5 + 3t_0^2 + \eta_0^2 - 9\eta_0^2 t_0^2) + \frac{y^2}{360N_0^4} (61 + 90t_0^2 + 45t_0^4) \right\};$$

$$l = \frac{y\rho}{N_0 \cos B_0} \left\{ 1 - \frac{y^2}{6N_0^2} (1 + 2t_0^2 + \eta_0^2) + \frac{y^4}{120N_0^4} (5 + 28t_0^2 + 24t_0^4 + 6\eta_0^2 + 8\eta_0^2 t_0^2) \right\},$$

де N_0 , M_0 – радіуси кривизни першого вертикалу і меридіану в точці з широтою B_0 .

Радіус кривизни меридіану (M) встановлюється за формулою:

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 B)^3}};$$

де a – велика піввісь;

e – перший ексцентриситет;

B – геодезична широта даної точки;

$c = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2}}$ – головний радіус кривизни еліпсоїда у полюсів (полярний радіус кривизни).

Завдання перетворення координат полягає в тому, що за відомими координатами X_1 і Y_1 , віднесеним до осьового меридіану однієї зони N з довготою L_0 , визначають координати X_2 і Y_2 цієї ж точки з віднесенням їх до осьового меридіану суміжній зони $N+1$ з довготою $L_0 + 6^\circ$ або з довготою $L_0 - 6^\circ$.

Перерахунок координат доцільно виконувати із попереднім переходом від заданих пласких прямокутних координат Гауса-Крюгера (x_1, y_1) до геодезичних координат (B_1, L_1) по формулах:

$$Y = N * 1000000 + 500000 + y'$$

$$L_{0,N} = 6^0 N - 3^0,$$

$$B_0 = \beta + \{50221746 + [293622 + (2350 + 22 \cos^2 \beta) \cos^2 \beta] \cos^2 \beta\} \times$$

$$\times 10^{-10} \rho \sin \beta \cos \beta;$$

$$N_0 = 6399698,902 - 21562,267 \cos^2 B_0 +$$

$$+ 108,973 \cos^4 B_0 - 0,612 \cos^6 B_0 + 0,004 \cos^8 B_0;$$

$$\beta = \frac{x}{6367558,4969};$$

Допоміжні коефіцієнти обчислюють за формулами:

$$b_2 = (0,5 + 0,003369 \cos^2 B_0) \sin B_0 \cos B_0;$$

$$b_3 = 0,333333 - (0,166667 - 0,001123 \cos^2 B_0) \cos^2 B_0;$$

$$b_4 = 0,25 + (0,16161 + 0,00562 \cos^2 B_0) \cos^2 B_0;$$

$$b_5 = 0,2 - (0,1667 - 0,0088 \cos^2 B_0) \cos^2 B_0;$$

$$z = \frac{y}{N_0 \cos B_0};$$

$$B = B_0 - [1 - (b_4 - 0,12z^2)z^2]z^2 b_2 \rho;$$

$$l = [1 - (b_3 - b_5 z^2)z^2]z \rho;$$

$$L = L_0 + l.$$

Вихідні параметри референц-еліпсоїда Красовського:

$a = 6\,378\,245,000\,00$ м; $b = 6\,356\,863,018\,77$ м; $e^2 = 0,006\,693\,421\,623$; $e'^2 = 0,006\,738\,525\,415$.

Хід роботи:

1. Розрахувати плоскі прямокутні координати Гауса-Крюгера точки по сферичних координатах, відповідно номеру Вашого варіанту.

Вихідні дані:

Точка	B	L	Точка	B	L
1. Умань	48°44'54"	30°13'18"	11. Городище	50°38'22"	26°21'56"
2. Монастирище	48°59'24"	29°48'04"	12. Гайворон	48°20'22"	29°52'04"
3. Жашків	49°14'43"	30°06'36"	13. Сміла	49°13'20"	31°53'13"
4. Христинівка	48°49'29"	29°58'04"	14. Теплик	48°39'56"	29°44'42"
5. Тальне	48°53'19"	30°41'41"	15. Канів	49°45'06"	31°27'36"
6. Маньківка	48°57'48"	30°20'01"	16. Золотоноша	49°40'05"	32°02'25"
7. Катеринопіль	48°57'19"	30°58'05"	17. Драбів	49°57'37"	32°08'26"
8. Звенигородка	49°04'43"	30°58'03"	18. Чорнобай	49°39'59"	32°19'45"
9. Лисянка	49°15'08"	30°49'46"	19. Новоархангельськ	48°39'28"	30°49'05"
10. Шпола	49°00'24"	31°23'40"	20. Гайсин	48°48'41"	29°23'23"

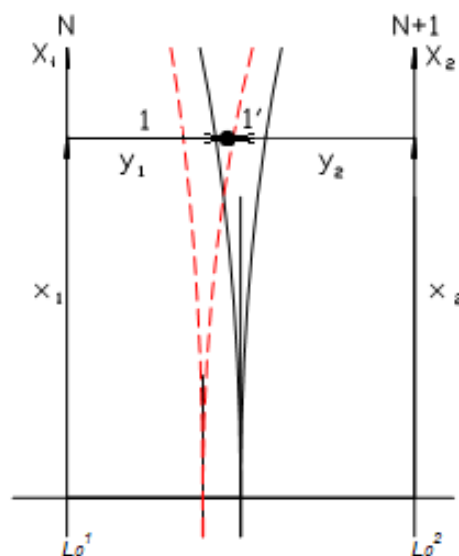
1.1. Для встановлення плоских прямокутних координат Гауса-Крюгера по геодезичних координатах точок на поверхні референц-еліпсоїда Красовського використовують формули:

$$X = 6367558,4969 \frac{B}{\rho} - \{a_0 - [0,5 + (a_4 + a_6 l^2) L^2] * l^2 N\} \sin B \cos B$$

$$y = [1 + (a_3 + a_5 l^2) l^2] l N \cos B,$$

де $\rho = 57,29577951$;

Радіус кривизни першого вертикалу N обчислюють за формулою:



$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}};$$

Значення відстані від осьового меридіану встановлюється за формулою:

$$l = \frac{L - L_0}{\rho}.$$

Допоміжні коефіцієнти обчислюють за формулами:

$$a_0 = 32140,404 - [135,3302 - (0,7092 - 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B;$$

$$a_4 = (0,25 + 0,00252 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,04166;$$

$$a_6 = (0,166 \cos^2 B - 0,0084) \cos^2 B;$$

$$a_3 = (0,3333333 + 0,001123 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,1666667;$$

$$a_5 = 0,0083 - [0,1667 - (0,1968 + 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B;$$

Ордината визначається за формулою:

$$Y = N * 1\,000\,000 + 500\,000 + y'$$

де N – номер координатної зони, в якій розташована точка.

1.2. Розрахунки провести у робочій таблиці:

<i>Величини</i>	<i>Значення</i>		
<i>L</i>			
<i>L₀</i>			
<i>l, рад</i>			
<i>B</i>			
<i>sinB</i>			
<i>cosB</i>			
<i>cos²B</i>			
<i>N</i>			
<i>a₀</i>			
<i>a₃</i>			
<i>a₄</i>			
<i>a₅</i>			
<i>a₆</i>			
<i>X</i>			
<i>y'</i>			
<i>Y</i>			

2. Обчислити геодезичні координати точок по плоских прямокутних координатах Гауса-Крюгера, відповідно номеру Вашого варіанту

УВАГА! При розрахунках в програмі Excel коефіцієнт ρ не застосовувати!!!!!!

Вихідні дані:

Назва	Координати		Назва	Координати	
	X	Y		X	Y
1. MYKOLA	5161546,945	6392560,141	11. DONA	5274670,681	7383540,802
2. FRANK	5384798,437	5311967,379	12. ZHORA	5559577,056	5600471,261
3. EDUARD	5131191,316	6302680,400	13. KIRIL	5574726,661	6308538,026
4. LEO	5489934,288	5283716,511	14. CHERI	5355249,015	5579260,083
5. POLINA	5470178,026	6596211,319	15. LUNA	5356363,716	7514097,943
6. ZERG	5458751,399	6429910,269	16. VERA	5687502,697	6372437,920
7. SEVA	4913199,159	6524982,142	17. SIMA	5603486,022	6604899,310
8. ROMAN	5353167,808	6437527,836	18. VINNY	5446055,515	5594018,388
9. RIVA	5580461,359	5429171,063	19. LUKA	5593151,590	5372551,601
10. IGOR	5360336,634	4587427,156	20. KHAN	5499055,581	7294046,154

2.1. Встановлення координат точок на поверхні референц-еліпсоїда Красовського здійснюють за перетвореними формулами:

$$B = B_0 - [1 - (b_4 - 0,12z^2)z^2]b_2\rho;$$

$$l = [1 - (b_3 - b_5z^2)z^2]z\rho,$$

де $\rho = 57,29577951;$

$$N_0 = 6399698,902 - 21562,267 \cos^2 B_0 +$$

$$+ 108,973 \cos^4 B_0 - 0,612 \cos^6 B_0 + 0,004 \cos^8 B_0;$$

$$B_0 = \beta + \{50221746 + [293622 + (2350 + 22 \cos^2 \beta) \cos^2 \beta] \cos^2 \beta\} \times \\ \times 10^{-10} \rho \sin \beta \cos \beta;$$

Допоміжні коефіцієнти обчислюють за формулами:

$$z = \frac{y}{N_0 \cos B_0};$$

$$\beta = \frac{x}{6367558,4969} \rho;$$

$$b_2 = (0,5 + 0,003369 \cos^2 B_0) \sin B_0 \cos B_0;$$

$$b_3 = 0,333333 - (0,166667 - 0,001123 \cos^2 B_0) \cos^2 B_0;$$

$$b_4 = 0,25 + (0,16161 + 0,00562 \cos^2 B_0) \cos^2 B_0;$$

$$b_5 = 0,2 - (0,1667 - 0,0088 \cos^2 B_0) \cos^2 B_0.$$

Розрахунки провести у робочій таблиці:

Позначки	Значення
X	
Y	
y	

L_0			
$\beta, \text{рад.}$			
$\sin \beta$			
$\cos \beta$			
$\cos^2 \beta$			
$B_0, \text{рад.}$			
$\sin B_0$			
$\cos B_0$			
$\cos^2 B_0$			
N_0			
z			
z^2			
b_2			
b_3			
b_4			
b_5			
$B, \text{рад.}$			
$B, \text{град.}$			
$l, \text{рад.}$			
$l, \text{град.}$			
$L, \text{град.}$			

3. Перерахунок координат точок з однієї координатної зони в іншу відповідно Вашого варіанту.

3.1. Встановити довготу осьового меридіану координатної зони, в якій знаходиться шукана точка:

Точка _____ розташована у координатній зоні з $L_0 = \text{_____}^\circ$

3.2. Обчислити довготу осьового меридіану суміжної координатної зони за формулою: $L_0^1 = L_0 \pm 6^\circ$,

де знак «+» відповідає перерахунку до суміжної східної, а знак «-» до суміжної західної зони.

- для варіантів $1 \leq N \leq 10$ – до суміжної східної зони: $L_0^1 = L_0 + 6^\circ$;

- для варіантів $11 \leq N \leq 20$ – до суміжної західної зони: $L_0^1 = L_0 - 6^\circ$;

Точка _____ перераховується у координатну зону з $L_0^1 = \text{_____}$

Вихідні дані:

<i>Точка</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>Точка</i>	<i>B</i>	<i>L</i>
1. п. тр. Дуб	40°38'22"	29°59'57"	11. п. тр. Смерека	49°44'54"	18°00'02"
2. п. тр. Граб	41°20'22"	23°59'58"	12. п. тр. Модрина	48°59'24"	24°00'03"
3. п. тр. Ялина	42°13'20"	17°59'59"	13. п. тр. Кедр	47°14'43"	30°00'01"
4. п. тр. Осика	43°27'56"	11°59'57"	14. п. тр. Сосна	46°49'29"	36°00'02"
5. п. тр. Ясен	44°45'06"	35°59'58"	15. п. тр. Берест	45°23'19"	12°00'03"
6. п. тр. Акація	45°40'05"	29°59'59"	16. п. тр. Бук	44°57'48"	18°00'01"
7. п. тр. Береза	46°57'37"	23°59'57"	17. п. тр. Верб	43°37'19"	24°00'02"
8. п. тр. Горобина	47°13'59"	17°59'58"	18. п. тр. Ялівець	42°04'43"	30°00'03"
9. п. тр. Вільха	48°09'28"	11°59'59"	19. п. тр. Кипарис	41°19'08"	36°00'01"
10. п. тр. Тополя	49°48'41"	35°59'57"	20. п. тр. Клен	40°00'24"	12°00'02"

3.3. Обчислити пласкі прямокутні координати Гауса-Крюгера в суміжних координатних зонах за формулами із завдання 1:

<i>Величини</i>	<i>Значення для вихідної зони</i>			<i>Значення для суміжної зони</i>		
<i>L</i>						
<i>L₀</i>						
<i>l, рад</i>						
<i>B</i>						
<i>sinB</i>						
<i>cosB</i>						
<i>cos²B</i>						
<i>N</i>						
<i>a₀</i>						
<i>a₃</i>						
<i>a₄</i>						
<i>a₅</i>						
<i>a₆</i>						
<i>X</i>						
<i>y'</i>						
<i>Y</i>						

4. **Висновки:** _____

3. Редукування геодезичних вимірів з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера

Теоретична частина:

Обчислення поправок в напрямки за кривизну зображення геодезичних ліній на площині виконують окремо через поправки в напрямки. Поправки в прямі АВ і обернені ВА напрямки за кривизну зображення сторін на площині в проекції Гаусса - Крюгера обчислюють за формулами

$$\delta_{ab} = \frac{1}{3} f (x_a - x_b) \cdot (2y_a + y_b)$$

$$\delta_{ba} = \frac{1}{3} f (x_a - x_b) \cdot (y_a + 2y_b)$$

$$f = \frac{\rho}{2R_m^2} \quad R_m = \frac{c}{1 + e'^2 \cdot \cos^2 B_m} \quad c = a\sqrt{1 + e'^2}$$

де x – наближені абсциси точок А, В на площині, виражені в кілометрах;

y – наближені ординати точок А, В на площині в кілометрах, відраховані від осьового меридіану зони в проекції Гауса-Крюгера, $y = y' - 500$, при цьому з ординати прибирають номер зони;

e' – другий ексцентриситет;

R_m – радіус сфери, який дорівнює середньому радіусу кривизни поверхні еліпсоїду,

на середній широті трикутника B_m .

Правильність обчислення поправок δ_{ab} в напрямки контролюють по сферичних надлишках трикутників. У трикутнику з вершинами А,В,С, обчислюють поправки δ_i в кожний кут трикутника як різниці поправки у правий напрямок і поправки у лівий напрямок по ходу годинникової стрілки.

$$\delta_A = \delta_{ac} - \delta_{ab} \quad \delta_B = \delta_{ba} - \delta_{bc} \quad \delta_C = \delta_{cb} - \delta_{ca}$$

Сума поправок δ_i у кожному трикутнику дорівнює сферичному надлишку ε , взятому з оберненим знаком, тобто:

$$\sum \delta_i = -\varepsilon_i$$

Визначають величини кутів трикутника на площині, для чого обчисленні поправки δ_i вводять у кути А, В, С за формулами:

$$a = A - \delta_A$$

Редукацію довжини сторони S з еліпсоїда на площину виконують за формулами:

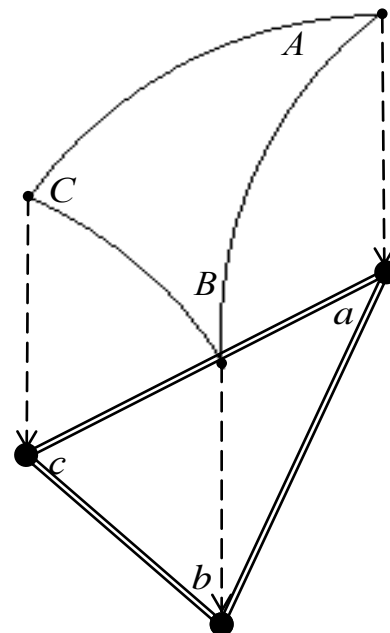
$$S = s \left(1 + \frac{y_m^2}{2R_m^2} + \frac{\Delta y^2}{24R_m^2} - \frac{y_m^4}{12R_m^4} \right)$$

де s – довжина геодезичної лінії в метрах;

y_m – середня ордината лінії;

Δy – різниця ординат кінців лінії.

По заданому азимуту вихідної сторони на поверхні еліпсоїда, обчислюють дирекційний кут цієї сторони на площині:



$$\alpha_{AB} = A_{AB} - \gamma - \delta_{ab}$$

Зближення меридіанів розраховують за формулою:

$$\gamma = l \sin B_A + \frac{l^3}{3\rho^2} \sin B_A \cos^2 B_A (1 + 3e'^2 \cos^2 B_A + 2e'^4 \cos^4 B_A)$$

де l – зональна довгота точки, виражена у градусах.

$$l = L_A - L_0$$

Вихідні дані:

N	Місто	Координати				Геодезична лінія s_{n-n+1} (м)	Азимут лінії A_{n-n+1} (° ' ")
		B	L	x(м)	y(м)		
1	Вінниця	49°13'58"	28°28'51"	5446081,821	5594141,101	529036,234	80 23 10,7
2	Київ	50°27'16"	30°31'25"	5574740,847	6308660,778	831573,709	99 23 16,4
3	Луганськ	48°34'01"	39°19'01"	5356369,826	7514210,877	1509014,033	275 24 53,5
4	Луцьк	50°45'33"	25°20'32"	5593176,629	5372677,783	104111,007	219 49 16,7
5	Львів	49°50'17"	24°01'23"	5489961,057	5283843,519	849422,891	105 31 39,6
6	Миколаїв	46°57'57"	31°59'50"	5161567,102	6392680,209	67121,096	250 44 29,3
7	Одеса	46°28'38"	30°43'57"	5131212,245	6302801,687	314896,495	37 43 06,0
8	Полтава	49°35'37"	34°32'26"	5470192,785	6596329,448	391137,707	191 02 15,8
9	Севастополь	44°35'19"	33°31'20"	4913222,641	6525099,421	483913,462	3 47 17,1
10	Суми	50°55'17"	34°48'01"	5603498,720	6605017,781	1517137,326	265 32 37,5
11	Ужгород	48°37'00"	22°18'00"	5360505,547	4587575,475	1286067,567	90 31 31,6
12	Умань	48°45'01"	30°13'03"	5372574,942	6287861,516	694481,337	80 09 13,8
13	Харків	49°58'50"	36°15'09"	5499060,118	7294163,151	589498,710	265 26 12,8
14	Черкаси	49°25'42"	32°03'43"	5458766,914	6430030,819	621793,541	262 47 54,3
15	Чернівці	48°32'32"	28°06'53"	5355276,623	5579382,688	625424,07	66 44 33,0
16	Чернігів	51°30'19"	31°17'05"	5687514,946	6372560,130		

Хід роботи:

1. Обчислити сферичний надлишок в трикутнику ABC, вибравши вихідні дані з таблиці за номером варіанта N. В трикутнику: A=N, B=N+1, C=N+2.
2. Провести редукування довжини сторони S з еліпсоїда на площину по точках A=N, B=N+1.
3. Визначити дирекційний кут лінії AB на площині через азимут лінії A_{AB} на еліпсоїді, зближення меридіанів γ , та поправку δ_{ab} .
4. Зробити висновки:

Література

1. Островський А.Л. Геодезія: підручник. Ч. 2 / А.Л. Островський, О.І. Мороз, В.Л. Тарнавський [за ред. А.Л. Островського]. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 564 с.
2. Селиханович В.Г. Геодезия: Учебник для вузов, ч. II. / В.Г. Селиханович – М.: Недра, 1981. – 544 с.
3. Геодезія. Частина 1. Під редакцією проф. Могильного С.Г., проф. Войтенка С.П. Чернігів, 2002. – 264 с.
4. Марченко О.М., Третьяк К.Р., Ярема Н.П. Референцні системи в геодезії. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018. 244 с.

Методичне видання

Сергій Іванович Кононенко
Михайло Васильович Шемякін
Юрій Олександрович Кисельов
Ірина Олександрівна Удовенко
Володимир Петрович Кирилюк
Петро Миколайович Боровик

Геодезія. Перетворення координат на референц-еліпсоїді // Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2019. 19 с.