

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ І ПРОДОВОЛЬСТВА УРАЇНИ  
УМАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ САДІВНИЦТВА

Кафедра геодезії, картографії та кадастру

Кононенко С.І., Шемякін М.В.

## **ГЕОДЕЗІЯ**

### **ЗРІВНОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНИХ МЕРЕЖ**

Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам  
спеціальності 193 геодезія та землеустрій

Умань – 2019

Кононенко С.І., Шемякін М.В. ГЕОДЕЗІЯ. Зрівноваження нівелірних мереж // Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2019. 19 с.

Рецензенти:

Балабак А.Ф. – доктор с.-г. наук, професор (Уманський НУС)

Побережець І.І. – кандидат с.-г наук, доцент (Уманський НУС)

Рекомендовано до видання науково-методичною комісією факультету лісового і садово-паркового господарства

©С.І. Кононенко

М.В. Шемякін 2019 р.

## ЗМІСТ

|   | Стор. |
|---|-------|
| Вступ.....  | 4     |
| 1. Зрівноваження нівелірної мережі методом еквівалентної заміни.....    | 5     |
| 2. Зрівноваження нівелірної мережі методом послідовних наближень.....   | 8     |
| 3. Зрівноваження системи нівелірних ходів з однією вузловою точкою..... | 11    |
| 4. Зрівноваження нівелірної мережі параметричним способом.....          | 14    |
| Література.....   | 18    |

## ВСТУП

При побудові нівелірної мережі для контролю результатів вимірів і підвищення точності значень, які визначаються, виконують додаткові або надлишкові виміри. Одержання результатів вимірів у надлишковій кількості дозволяє, окрім того, виконати оцінку точності результатів вимірів і обрахованих значень величин.

За наявності погрешностей у результатах вимірів виникають нев'язки. Обрахунок елементів мережі за різними вимірними величинами може призвести до різних результатів. така невизначеність вирішується шляхом введення таких поправок у результати вимірювань, щоб їх виправлені значення задовольняли умови мережі. У цьому полягає суть зрівноваження геодезичних мереж. Для вирішення зазначеної задачі існує багато способів

У методичних вказівках наведено зрівноваження нівелірної мережі методом еквівалентної заміни, послідовних наближень, з однією вузловою точкою, параметричним способом. Також представлена послідовність виконання робіт, необхідні формули та перевірки.

Виконання завдань, наведених у методичних вказівках, сприятиме формуванню у студентів знань і навичок, необхідних для спеціаліста у галузі геодезії та землепорядкування.

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальності 193 геодезія та землеустрій.

# 1. ЗРІВОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ЗАМІНИ

## 1.1. Вихідні дані

Для визначення висот пунктів В, С та Д створена нівелірна мережа (рис. 1.1). Результати вимірів перевищень та кількість станцій по нівелірним ходам наведені в табл. 1.1.

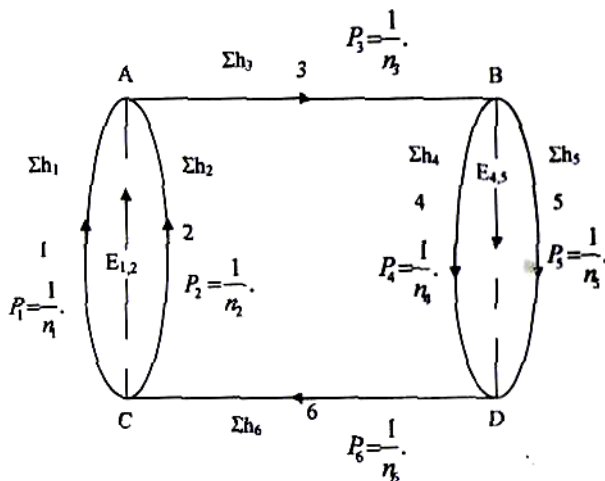


Рис. 1.1. Схема нівелірної мережі.

Таблиця 1.1

Результати вимірів перевищень та кількість станцій по нівелірним ходам

| Мережа № 1<br>(H <sub>A</sub> = 100,000 м) |                         |  | Мережа № 2<br>(H <sub>A</sub> = 200,000 м) |                         |  |
|--|-------------------------|--|--|-------------------------|--|
| №<br>хода                                  | Кількість<br>станцій, n | Виміряне<br>перевищення по<br>ходу, h (мм) | №<br>хода                                  | Кількість<br>станцій, n | Виміряне<br>перевищення по<br>ходу, h (мм) |
| 1  | 55                      | +5447                                      | 1  | 41                      | +7318                                      |
| 2  | 46                      | +5430                                      | 2  | 29                      | +7336                                      |
| 3  | 28                      | +1269                                      | 3  | 24                      | +1488                                      |
| 4  | 43                      | -8921                                      | 4  | 28                      | -3283                                      |
| 5  | 52                      | -8927                                      | 5  | 21                      | -3284                                      |
| 6  | 31                      | +2234                                      | 6  | 37                      | -5551                                      |

Для виконання індивідуальної роботи внесіть зміни у результати вимірів:

$$n_1 = n_{1(\text{табл.})} - 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_1 = h_{1(\text{табл.})} + 2 \text{ мм} * (\text{№}$$

варіанта);

$$n_2 = n_{2(\text{табл.})} + 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_2 = h_{2(\text{табл.})} + 2 \text{ мм} * (\text{№ варіанта});$$

$$n_4 = n_{4(\text{табл.})} + 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_4 = h_{4(\text{табл.})} - 2 \text{ мм} * (\text{№ варіанта});$$

$$n_5 = n_{5 \text{ (табл.)}} - 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_5 = h_{5 \text{ (табл.)}} - 2 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}).$$

## 1.2. Завдання

Виконати зрівнювання нівелірної мережі методом еквівалентної заміни:

- 1) обчислити зрівнювані перевищення по ходам;
- 2) обчислити висоти точок В, С та Д;
- 3) виконати оцінку точності результатів зрівнювання.

Обчислення ведуться із точністю до 0,1 мм.

Таблиця 1.2

## Зрівнювання нівелірної мережі методом еквівалентної заміни

| Вихідна мережа |                                 |                          |                                    | Еквівалентна мережа |                                  |                           |  |                                     | Зрівняна вихідна мережа |                                    |         |             |
|----------------|---------------------------------|--------------------------|------------------------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------------|--|-------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|---------|-------------|
| №№ ходів       | Перевищення по ходу, $h_i$ (мм) | Кількість станцій, $n_i$ | Вага ходу, $P_i=c/n_i$ ( $c=100$ ) | №№ ходів            | Перевищення по ходу, $h'_i$ (мм) | Кількість станцій, $n'_i$ | Поправки в перевищення, $\Delta h'_i$ (мм) | Зрівняні перевищення, $h'^*_i$ (мм) | Поправки, $v_i$         | Зрівняні перевищення, $h_i^*$ (мм) | $v_i^2$ | $P_i v_i^2$ |
| 1              | 2                               | 3                        | 4                                  | 5                   | 6                                | 7                         | 8  | 9                                   | 10                      | 11                                 | 12      | 13          |
| 1              |                                 |                          |                                    | $\varepsilon_1$     |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |
| 2              |                                 |                          |                                    |                     |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |
| 3              |                                 |                          |                                    | 3                   |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |
| 4              |                                 |                          |                                    | $\varepsilon_2$     |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |
| 5              |                                 |                          |                                    |                     |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |
| 6              |                                 |                          |                                    | 6                   |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |
| Сума           |                                 |                          |                                    |                     |                                  |                           |  |                                     |                         |                                    |         |             |

Нев'язка  $f_h =$ Середня квадратична похибка одиниці ваги  $\mu =$ Середня квадратична похибка вимірювання перевищення на 1 км хода  $m_{\text{км}} =$  $H_A =$  \_\_\_\_\_ $H_B =$  \_\_\_\_\_ $H_C =$  \_\_\_\_\_ $H_D =$  \_\_\_\_\_

## 2. ЗРІВНОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ МЕТОДОМ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ

### 2.1. Вихідні дані

Для визначення висот вузлових точок 1, 2 та 3 створена нівелірна мережа (рис. 2.1). Результати вимірів перевищень, довжина нівелірних ходів та кількість станцій по ходам наведені в табл. 2.1.

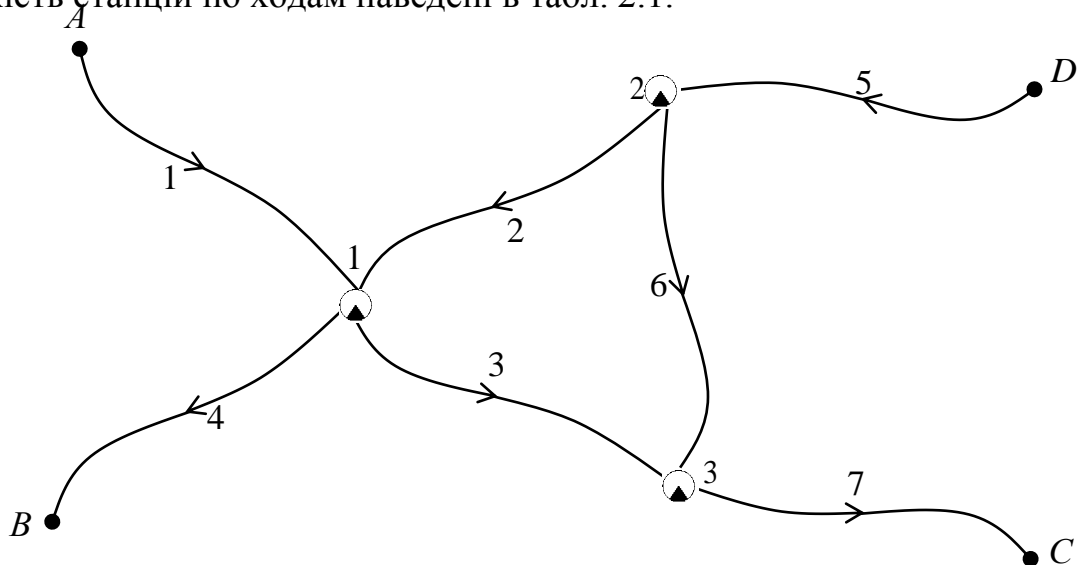


Рис. 2.1. Схема нівелірної мережі.

Таблиця 2.1.

Результати вимірів перевищень (**h**), довжина ходів (**L**), кількість станцій по ходам (**n**)

| Мережа № 1         |                                    |                                       |   | Мережа № 2         |                                    |                                       |   |
|--------------------|------------------------------------|---------------------------------------|---|--------------------|------------------------------------|---------------------------------------|---|
| $H_A = 282,119$ м; |                                    | $H_B =$                               |   | $H_A = 283,322$ м; |                                    | $H_B =$                               |   |
| 289,732 м;         |                                    |                                       |   | 290,950 м;         |                                    |                                       |   |
| $H_C = 277,501$ м; |                                    | $H_D =$                               |   | $H_C = 278,712$ м; |                                    | $H_D =$                               |   |
| 276,947 м;         |                                    |                                       |   | 278,158 м;         |                                    |                                       |   |
| №<br>ход<br>а      | Довжин<br>а хода,<br><b>L</b> (км) | Кількіст<br>ь<br>станцій,<br><b>n</b> | Виміряне<br>перевищен<br>-ня по<br>ходу, <b>h</b> (м) | №<br>ход<br>а      | Довжин<br>а хода,<br><b>L</b> (км) | Кількіст<br>ь<br>станцій,<br><b>n</b> | Виміряне<br>перевищен<br>-ня по<br>ходу, <b>h</b> (м) |
| 1                  | 9,2                                | 62                                    | 4,254   | 1                  | 3,2                                | 24                                    | 4,252   |
| 2                  | 9,8                                | 68                                    | 11,762  | 2                  | 9,6                                | 68                                    | 11,759  |
| 3                  | 6,3                                | 46                                    | 3,203   | 3                  | 5,4                                | 36                                    | 3,211   |
| 4                  | 3,7                                | 27                                    | 3,365   | 4                  | 6,7                                | 48                                    | 3,367   |
| 5                  | 9,6                                | 65                                    | 2,342   | 5                  | 5,8                                | 39                                    | 2,345   |
| 6                  | 5,5                                | 35                                    | 8,561   | 6                  | 6,2                                | 44                                    | 8,564   |
| 7                  | 5,9                                | 38                                    | 5,675   | 7                  | 9,4                                | 66                                    | 5,678   |

Для виконання індивідуальної роботи внесіть зміни у результати вимірів:



$$\begin{aligned}n_1 &= n_{1 \text{ (табл.)}} + 0,2 * (\text{№ варіанта}); \\n_4 &= n_{4 \text{ (табл.)}} - 0,2 * (\text{№ варіанта}); \\n_5 &= n_{5 \text{ (табл.)}} - 0,2 * (\text{№ варіанта}); \\n_7 &= n_{7 \text{ (табл.)}} + 0,2 * (\text{№ варіанта});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h_1 &= h_{1 \text{ (табл.)}} + 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}); \\h_4 &= h_{4 \text{ (табл.)}} - 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}); \\h_5 &= h_{5 \text{ (табл.)}} - 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}); \\h_7 &= h_{7 \text{ (табл.)}} + 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}).\end{aligned}$$

## 2.2. Завдання

Виконати зрівнювання нівелірної мережі методом послідовних приближень:

- 1) обчислити зрівнювані висоти вузлових точок 1, 2 та 3;
- 2) виконати оцінку точності результатів зрівнювання.

Обчислення ведуться із точністю до 1 мм.

Таблиця 2.2. Відомість зрівнювання

| № вузлової точки | Ход до вузлової точки | Вихідні (почальні) пункти | Вихідні висоти, $H_{\text{вих.}}$ (м) | Перевіщення по ходам, $h$ (м) | Кількість станцій, $n$ | Вага  |        | Приближення |          |           |          | Оцінка точності |         |             |
|------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|------------------------|-------|--------|-------------|----------|-----------|----------|-----------------|---------|-------------|
|                  |                       |                           |                                       |                               |                        | $P_i$ | $P'_i$ | I           | II       | III       | IV       | $V_i$           | $V_i^2$ | $p_i V_i^2$ |
|                  |                       |                           |                                       |                               |                        |       |        | $H_I$       | $H_{II}$ | $H_{III}$ | $H_{IV}$ |                 |         |             |
| 1                | 2                     | 3                         | 4                                     | 5                             | 6                      | 7     | 8      | 9           | 10       | 11        | 12       | 13              | 14      | 15          |
| 1                | A-1                   | A                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | B-1                   | B                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | 2-1                   | 2                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | 3-1                   | 3                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | Сума                  |                           |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
| 2                | D-2                   | D                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | 1-2                   | 1                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | 3-2                   | 3                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | Сума                  |                           |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
| 3                | C-3                   | C                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | 1-3                   | 1                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
|                  | 2-3                   | 2                         |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
| Сума             |                       |                           |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |
| Сума             |                       |                           |                                       |                               |                        |       |        |             |          |           |          |                 |         |             |

Контроль:  $h_1 - h_4 - h_5 + h_7 =$ Середня квадратична похибка одиниці ваги  $\mu =$ Середня квадратична похибка вимірювання перевіщення на 1 км хода  $m_{\text{км}} =$

### 3. ЗРІВНОВАЖЕННЯ СИСТЕМИ НІВЕЛІРНИХ ХОДІВ З ОДНІЄЮ ВУЗЛОВОЮ ТОЧКОЮ

#### 3.1. Вихідні дані

Для визначення висот точок створена система нівелірних ходів з однією вузловою точкою (рис. 3.1). Результати вимірів перевищень та довжина нівелірних ходів наведені в табл. 3.1.

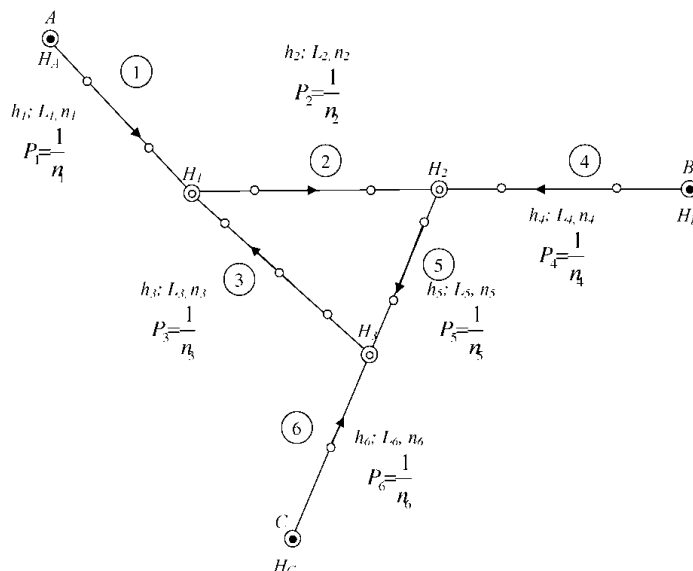


Рис. 3.1. Схема системи нівелірних ходів з однією вузловою точкою.

Таблиця 3.1

Результати вимірів перевищень (**h**) та довжина ходів (**L**)

| Хід від репера А ( $H_A=106,685$ м) до вузлової точки D |                                   |                    |                                   |                              |                |                              |
|---|-----------------------------------|--------------------|-----------------------------------|------------------------------|----------------|------------------------------|
| № хода  | Довжина<br>хода,<br><b>L</b> (км) | $\Delta L$<br>(км) | Довжина<br>хода,<br><b>L</b> (км) | Перевищення,<br><b>h</b> (м) | $\Delta h$ (м) | Перевищення,<br><b>h</b> (м) |
| 1 (A-1)   | 1,2                               | +                  |                                   | -1,247                       | +              |                              |
| 2 (1-2)   | 1,3                               | 0,0                | 1,3                               | -3,856                       | 0              | -3,856                       |
| 3 (2-3)   | 1,2                               | -                  |                                   | +1,252                       | -              |                              |
| 4 (3-C)   | 1,3                               | -                  | 1,3                               | -2,824                       | -              |                              |
| <b>Сума</b>   | <b>5,0</b>                        |                    |                                   | <b>-6,675</b>                |                |                              |
| Хід від репера В ( $H_B=92,027$ м) до вузлової точки D  |                                   |                    |                                   |                              |                |                              |
| 5 (B-4)   | 1,7                               | -                  |                                   | +2,432                       | -              |                              |
| 6 (4-5)   | 1,5                               | -                  |                                   | +1,085                       | -              |                              |
| 7 (5-C)   | 1,3                               | -                  |                                   | +4,456                       | +              |                              |
| <b>Сума</b>   | <b>4,5</b>                        |                    |                                   | <b>7,973</b>                 |                |                              |
| Хід від репера С ( $H_C=95,198$ м) до вузлової точки D  |                                   |                    |                                   |                              |                |                              |
| 8 (C-6)   | 1,5                               | +                  |                                   | +1,724                       | +              |                              |
| 9 (6-7)   | 1,4                               | +                  |                                   | +5,445                       | -              |                              |
| 10 (7-D)  | 1,7                               | +                  |                                   | -2,357                       | -              |                              |
| <b>Сума</b>   | <b>4,6</b>                        |                    |                                   | <b>4,812</b>                 |                |                              |

Для виконання індивідуальної роботи внесіть зміни у результати вимірів:

$$\Delta L = (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанту}) / 10 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ км};$$

$$\Delta h = (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанту}) / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

Виконати зрівнювання системи нівелірних ходів з однією вузловою точкою:

- 1) обчислити зрівнювану висоту вузлової точки D;
- 2) обчислити зрівнювані висоти точок 1-7;
- 2) виконати оцінку точності результатів зрівнювання.

Обчислення ведуться із точністю до 0,1 мм.

### 3.2. Виконання роботи

3.1. Обчислення зрівняної висоти вузлової точки D та оцінка точності зрівнювання.

Таблиця 3.2

Зрівнювання системи ходів з однією вузловою точкою

| Хід до вузлової точки | Вихідні висоти, $H_i$ (м) | Перевищення по ходам, $i$ (м) | Довжина хода, $L_i$ (км) | Вага хода, $P_i = C/L_i$ | Обчислена висота, $H_D = H_i + h_i$ | $v$ | $v^2$ | $pv^2$ |
|-----------------------|---------------------------|-------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-----|-------|--------|
| A-D                   |                           |                               |                          |                          |                                     |     |       |        |
| B-D                   |                           |                               |                          |                          |                                     |     |       |        |
| C-D                   |                           |                               |                          |                          |                                     |     |       |        |
| Сума                  | XXXX                      | XXXX                          |                          |                          |                                     | XXX | XXX   |        |

Середня квадратична похибка одиниці ваги  $\mu =$

Середня квадратична похибка вимірювання перевищення на 1 км хода  $m_{\text{км}} =$

Середня квадратична похибка зрівняної висоти вузлової точки  $m_{\text{HD}} =$

3.2. Обчислення зрівняних висот точок від репера А до вузлової точки D.

Таблиця 3.3

## Зрівнювання нівелірного ходу від репера А до вузлової точки D

| Хід від репера А ( $H_A=106,685$ м) до вузлової точки D ( $H_D=$ ) |                           |                                |                           |                                       |                  |                                  |
|--|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|------------------|----------------------------------|
| №№ точок<br>хода   | Перевисення,<br>$h_i$ (м) | Довжина<br>хода,<br>$L_i$ (км) | Поправки<br>$\nu h_i$ (м) | Зрівняні<br>перевисення,<br>$h_i$ (м) | №№ точок<br>хода | Зрівняні<br>висоти,<br>$H_i$ (м) |
| A  |                           |                                |                           |                                       | A                |                                  |
| 1  |                           |                                |                           |                                       | 1                |                                  |
| 2  |                           |                                |                           |                                       | 2                |                                  |
| 3  |                           |                                |                           |                                       | 3                |                                  |
| D  |                           |                                |                           |                                       | D                |                                  |
| <b>Сума</b>  |                           |                                |                           |                                       |                  |                                  |

Нев'язка по ходу  $f_h = \sum h_i - (H_D - H_A) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

**Контроль:**  $\sum \nu h_i = -f_h = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 3.3. Обчислення зрівняних висот точок від репера В до вузлової точки D.

Таблиця 3.4

## Зрівнювання нівелірного ходу від репера В до вузлової точки D

| Хід від репера А ( $H_B=92,027$ м) до вузлової точки D ( $H_D=$ ) |                           |                                |                           |                                       |                  |                                  |
|---|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|------------------|----------------------------------|
| №№ точок<br>хода  | Перевисення,<br>$h_i$ (м) | Довжина<br>хода,<br>$L_i$ (км) | Поправки<br>$\nu h_i$ (м) | Зрівняні<br>перевисення,<br>$h_i$ (м) | №№ точок<br>хода | Зрівняні<br>висоти,<br>$H_i$ (м) |
| B   |                           |                                |                           |                                       | B                |                                  |
| 4   |                           |                                |                           |                                       | 4                |                                  |
| 5   |                           |                                |                           |                                       | 5                |                                  |
| D   |                           |                                |                           |                                       | D                |                                  |
| <b>Сума</b>   |                           |                                |                           |                                       |                  |                                  |

Нев'язка по ходу  $f_h = \sum h_i - (H_D - H_B) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

**Контроль:**  $\sum \nu h_i = -f_h = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 3.4. Обчислення зрівняних висот точок від репера С до вузлової точки D.

Таблиця 3.5

Зрівнювання нівелірного ходу від репера С до вузлової точки D

| Хід від репера А ( $H_C=95,198$ м) до вузлової точки D ( $H_D=$ ) |                            |                                |                        |  |                  |                                  |
|---|----------------------------|--------------------------------|------------------------|--|------------------|----------------------------------|
| №№ точок<br>хода  | Перевищенн<br>я, $h_i$ (м) | Довжина<br>хода,<br>$L_i$ (км) | Поправки<br>$vh_i$ (м) | Зрівняні<br>перевищенн<br>я, $h_i$ (м) | №№ точок<br>хода | Зрівняні<br>висоти,<br>$H_i$ (м) |
| С   |                            |                                |                        |  | С                |                                  |
| 6   |                            |                                |                        |  | 6                |                                  |
| 7   |                            |                                |                        |  | 7                |                                  |
| D   |                            |                                |                        |  | D                |                                  |
| <b>Сума</b>   |                            |                                |                        |  |                  |                                  |

Нев'язка по ходу  $f_h = \sum h_i - (H_D - H_C) = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$ Контроль:  $\sum vh_i = -f_h = \underline{\hspace{10em}}$ .

## 4. ЗРІВНОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ ПАРАМЕТРИЧНИМ СПОСОБОМ

### 4.1. Вихідні дані

Для визначення висот трьох вузлових реперів в мережі нівелювання (рис. 4.1) виміряні перевищення по 6 ходам. Результати вимірювання перевищень по ходам  $h_i$  та довжини ходів  $L_i$  в мережі нівелювання наведені в табл. 4.1.

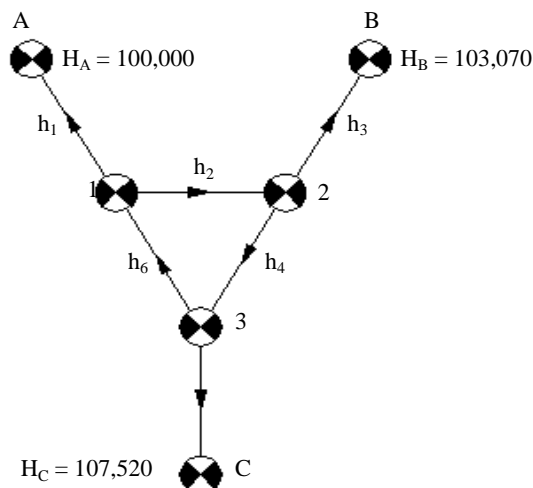


Рис. 4.1. Схема мережі

Таблиця 4.1

Результати вимірювання перевищення по ходам  $h_i$  та довжини ходів  $L_i$

| № хода | №№ точок<br>хода | Перевищення $h_i$ , мм | Довжина    | Вага        |
|--------|------------------|------------------------|------------|-------------|
|        |                  |                        | $L_i$ , км | $P_i=c/L_i$ |
| 1      | 2                | 3                      | 4          | 5           |
| 1      | 1 - A            | - 1110                 | 3,1        |             |
| 2      | 1 - 2            | + 2068                 | 2,5        |             |
| 3      | 2 - B            | - 0120                 | 1,8        |             |
| 4      | 2 - 3            | + 0080                 | 2,9        |             |
| 5      | 3 - C            |                        |            |             |
| 6      | 3 - 1            |                        |            |             |

Для виконання індивідуальної роботи вирахуйте результати вимірів та запишіть їх у табл. 4.1:

$$h_5 = + 4266 \text{ мм} + 0,1 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта}) \text{ мм}; \quad L_5 = 4,8 \text{ км} - 0,1 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта});$$

$$h_6 = - 2170 \text{ мм} - 0,2 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта}) \text{ мм}; \quad L_6 = 2,6 \text{ км} + 0,1 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта}).$$

## 4.2. Завдання

Виконати зрівнювання нівелірної мережі параметричним способом:

- 1) визначити зрівняні значення висот вузлових реперів  $H_1^*$ ,  $H_2^*$  та  $H_3^*$ ;
- 2) виконати оцінку точності нівелювання 1 км ходу.

Обчислення ведуться із точністю до 0,1 мм.

## 4.3. Порядок виконання лабораторної роботи

4.3.1. Обчислити вагу вимірів (графа 5 табл. 4.1) за формулою ( $c = 5$ ):

$$P_i = c / L_i = 5 / L_i.$$

4.3.2. Визначити наближені значення висот вузлових точок:

$$H_1 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}};$$

$$H_2 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}};$$

$$H_3 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}.$$

4.3.3. Записати рівняння зв'язку  $h_i = \varphi(H_1, H_2, H_3)$  для елементів нівелірної мережі:

$$h_1 = \underline{\hspace{10em}}; \quad h_2 = \underline{\hspace{10em}};$$

$$h_3 = \underline{\hspace{10em}}; \quad h_4 = \underline{\hspace{10em}};$$

$$h_5 = \underline{\hspace{10em}}; \quad h_6 = \underline{\hspace{10em}}.$$

4.3.4. Скласти таблицю коефіцієнтів рівнянь поправок та обчислити коефіцієнти нормальних рівнянь (табл. 4.2).

Таблиця 4.2

Таблиця коефіцієнтів рівнянь

| Номер<br>рівняння                      | Вага,<br>$p_i$ | Коефіцієнти |          |          | $l_i$ | $s_i$ | $v_i$          | $p_i l_i v_i$ |
|--|----------------|-------------|----------|----------|-------|-------|----------------|---------------|
|  |                | $a_{i1}$    | $a_{i2}$ | $a_{i3}$ |       |       |                |               |
| 1                                      | 2              | 3           | 4        | 5        | 6     | 7     | 8              | 9             |
| Система параметричних рівнянь поправок |                |             |          |          |       |       |                |               |
| 1                                      |                |             |          |          |       |       |                |               |
| 2                                      |                |             |          |          |       |       |                |               |
| 3                                      |                |             |          |          |       |       |                |               |
| 4                                      |                |             |          |          |       |       |                |               |
| 5                                      |                |             |          |          |       |       |                |               |
| 6                                      |                |             |          |          |       |       |                |               |
| $\Sigma p_i l_i v_i =$                 |                |             |          |          |       |       |                |               |
| Система нормальних рівнянь             |                |             |          |          |       |       |                |               |
| $i$                                    | $N_{ij}$       | $N_{i1}$    | $N_{i2}$ | $N_{i3}$ | $L_i$ | $S_i$ | Контроль $S_i$ |               |
| 1                                      | $N_{1i}$       |             |          |          |       |       |                |               |
| 2                                      | $N_{2i}$       |             |          |          |       |       |                |               |
| 3                                      | $N_{3i}$       |             |          |          |       |       |                |               |
| $[pll], [pls]$                         |                |             |          |          |       |       |                |               |
| $[pss]$                                |                |             |          |          |       |       |                |               |



Формули:

$$s_i = \sum a_{ij} + l_i; \text{ Наприклад, } s_1 = a_{11} + a_{12} + a_{13} + l_1.$$

$$N_{ij} = [pa_i a_j]; \quad L_i = [pa_i l_i]; \quad S_i = [pa_i s_i];$$

$$\text{Наприклад, } N_{11} = [pa_1 a_1] = p_1 a_{11} a_{11} + p_2 a_{21} a_{21} + p_3 a_{31} a_{31} + p_4 a_{41} a_{41} + p_5 a_{51} a_{51} + p_6 a_{61} a_{61}.$$

$$[pll] = p_1 l_1 l_1 + p_2 l_2 l_2 + p_3 l_3 l_3 + p_4 l_4 l_4 + p_5 l_5 l_5 + p_6 l_6 l_6;$$

$$[pss] = p_1 s_1 s_1 + p_2 s_2 s_2 + p_3 s_3 s_3 + p_4 s_4 s_4 + p_5 s_5 s_5 + p_6 s_6 s_6.$$

$$\text{Контроль: } [p_i a_i s_i] = \sum N_{ij} + L_i; \quad [pls] = \sum L_i + [pll]; \quad [pss] = \sum S_i + [pls].$$

4.3.5. Розв'язати систему нормальних рівнянь способом Гаусса (табл. 4.3).

Визначити:

$$\text{а) } [pvv] = [pll] + E_{1L} L_1 + E_{2L} L_2^{(1)} + E_{3L} L_3^{(2)} = \underline{\hspace{10em}};$$

$$\text{б) невідомі } t_1 = \underline{\hspace{2em}}, \quad t_2 = \underline{\hspace{2em}}, \quad t_3 = \underline{\hspace{2em}}.$$

4.3.6. Обчислити зрівняні значення висот вузлових точок та поправки до вимірних перевищень :

$$N_1^* = N_1 + t_1 = \underline{\hspace{10em}};$$

$$N_2^* = N_2 + t_2 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}};$$

$$N_3^* = N_3 + t_3 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}.$$

Поправки до перевищень обчислюються в таблиці коефіцієнтів параметричних рівнянь поправок (табл. 4.2) за формулою

$$g_i = a_{i1} t_1 + a_{i2} t_2 + a_{i3} t_3 + l_i.$$

4.3.7. Оцінити точність результатів зрівнювання:

а) Середня квадратична похибка одиниці ваги (перевищення на  $c=5$  км по ходу)

$$\mu = \sqrt{[pvv] / (n-k)} = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}.$$

б) Середня квадратична похибка похибки одиниці ваги

$$m_\mu = \mu / \sqrt{2(n-k)} = \underline{\hspace{10em}}.$$

в) Середня квадратична похибка на 1 км ходу

$$m_{1\text{км}} = \mu / \sqrt{c} = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}.$$

Таблиця 4.3

Розв'язання системи нормальних рівнянь

| Номер<br>рядка | Дія                  | Коефіцієнти |       |       | $L$     | $S$     | Контроль |
|----------------|----------------------|-------------|-------|-------|---------|---------|----------|
|                |                      | $t_1$       | $t_2$ | $t_3$ |         |         |          |
| 1              | 2                    | 3           | 4     | 5     | 6       | 7       | 8        |
| 1              | $N_{li}$             |             |       |       |         |         |          |
| 2              | $E_{li}$             | -1          |       |       |         |         |          |
| 3              | $N_{2i}$             |             |       |       |         |         |          |
| 4              | $E_{12}N_{li}$       |             |       |       |         |         |          |
| 5              | $N^{(1)}_{2i}$       |             |       |       |         |         |          |
| 6              | $E_{2i}$             |             | -1    |       |         |         |          |
| 7              | $N_{3i}$             |             |       |       |         |         |          |
| 8              | $E_{13}N_{li}$       |             |       |       |         |         |          |
| 9              | $E_{23}N^{(1)}_{2i}$ |             |       |       |         |         |          |
| 10             | $N^{(2)}_{3i}$       |             |       |       |         |         |          |
| 11             | $E_{3i}$             |             |       | -1    |         |         |          |
| 12             | $N_4=[pll]$          |             |       |       |         |         |          |
| 13             | $E_{1L}N_{li}$       |             |       |       |         |         |          |
| 14             | $E_{2L}N^{(1)}_{2i}$ |             |       |       |         |         |          |
| 15             | $E_{3L}N^{(2)}_{3i}$ |             |       |       |         |         |          |
| 16             | $[pvv]$              |             |       |       |         |         |          |
| 17             | $t_3$                |             |       |       | $[pvv]$ | $[pvv]$ |          |
| 18             | $t_2$                |             |       |       |         |         |          |
| 19             | $t_1$                |             |       |       |         |         |          |

## ЛІТЕРАТУРА

1. Островський А.Л. Геодезія: підручник. Ч. 2 / А.Л. Островський, О.І. Мороз, В.Л. Тарнавський [за ред. А.Л. Островського]. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 564 с.
2. Селиханович В.Г. Учебное пособие, 2-е издание стереотипное / В.Г.Селиханович, В.П. Козлов, Г.П. Логинов . – М. ООО ИД "Альянс", 2006. – 382 с.
3. Геодезія. Частина 1. Під редакцією проф. Могильного С.Г., проф. Войтенка С.П. Чернігів, 2002.
4. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов – М : Недра, 1990. – 174 с.
5. Маслов А.В. Геодезія / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Н.Н. Александров, К.С. Соберайский, Ю.Г. Батраков. – М. : Недра, 1972. – 525 с.

## Методичне видання

Кононенко Сергій Іванович  
Михайло Васильович Шемякін

Кононенко С.І., Шемякін М.В. ГЕОДЕЗИЯ. Зрівноваження нівелірних мереж //  
Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам  
спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2019. 19 с.