

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ І ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ
УМАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ САДІВНИЦТВА

Кафедра геодезії, картографії та кадастру

Кононенко С.І., Шемякін М.В.

ГЕОДЕЗІЯ
ЗРІВНОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНИХ МЕРЕЖ

Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам
спеціальності 193 геодезія та землеустрій

Умань – 2023

Кононенко С.І., Шемякін М.В., Кисельов Ю.О., Удовенко І.О., Боровик П.М., Прокопенко Н.А. ГЕОДЕЗІЯ. Зрівноваження нівелірних мереж // Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2023. 19 с.

Рецензенти:

Балабак А.Ф. – доктор с.-г. наук, професор (Уманський НУС)

Побережець І.І. – кандидат с.-г наук, доцент (Уманський НУС)

Рекомендовано до видання науково-методичною комісією факультету лісового і садово-паркового господарства (протокол № 1 від 5 вересня 2023 р.)

©С.І. Кононенко

М.В. Шемякін 2023 р.

ЗМІСТ

	Стор.
Вступ.....	4
1. Зрівноваження нівелірної мережі методом еквівалентної заміни.....	5
2. Зрівноваження нівелірної мережі методом послідовних наближень.....	8
3. Зрівноваження системи нівелірних ходів з однією вузловою точкою.....	11
4. Зрівноваження нівелірної мережі параметричним способом.....	14
Література.....	18

ВСТУП

При побудові нівелірної мережі для контролю результатів вимірів і підвищення точності значень, які визначаються, виконують додаткові або надлишкові виміри. Одержання результатів вимірів у надлишковій кількості дозволяє, окрім того, виконати оцінку точності результатів вимірів і обрахованих значень величин.

За наявності погрішностей у результатах вимірів виникають нев'язки. Обрахунок елементів мережі за різними вимірними величинами може призвести до різних результатів. така невизначеність вирішується шляхом введення таких поправок у результати вимірювань, щоб їх виправлені значення задовольняли умови мережі. У цьому полягає суть зрівноваження геодезичних мереж. Для вирішення зазначеної задачі існує багато способів

У методичних вказівках наведено зрівноваження нівелірної мережі методом еквівалентної заміни, послідовних наближень, з однією вузловою точкою, параметричним способом. Також представлена послідовність виконання робіт, необхідні формули та перевірки.

Виконання завдань, наведених у методичних вказівках, сприятиме формуванню у студентів знань і навичок, необхідних для спеціаліста у галузі геодезії та землепорядкування.

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальності 193 геодезія та землеустрій.

1. ЗРІВОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ЗАМІНИ

1.1. Вихідні дані

Для визначення висот пунктів В, С та Д створена нівелірна мережа (рис. 1.1). Результати вимірів перевищень та кількість станцій по нівелірним ходам наведені в табл. 1.1.

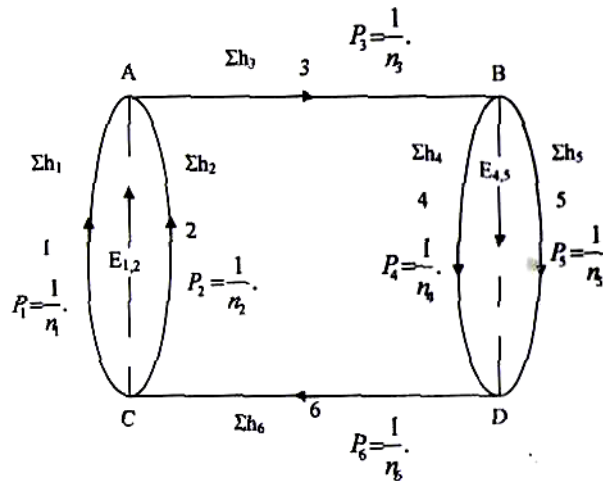


Рис. 1.1. Схема нівелірної мережі.

Таблиця 1.1

Результати вимірів перевищень та кількість станцій по нівелірним ходам

Мережа № 1 (H _A = 100,000 м)			Мережа № 2 (H _A = 200,000 м)		
№ хода	Кількість станцій, n	Вимірне перевищення по ходу, h (мм)	№ хода	Кількість станцій, n	Вимірне перевищення по ходу, h (мм)
1	55	+5447	1	41	+7318
2	46	+5430	2	29	+7336
3	28	+1269	3	24	+1488
4	43	-8921	4	28	-3283
5	52	-8927	5	21	-3284
6	31	+2234	6	37	-5551

Для виконання індивідуальної роботи внесіть зміни у результати вимірів:

$$n_1 = n_{1(\text{табл.})} - 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_1 = h_{1(\text{табл.})} + 2 \text{ мм} * (\text{№}$$

варіанта);

$$n_2 = n_{2(\text{табл.})} + 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_2 = h_{2(\text{табл.})} + 2 \text{ мм} * (\text{№ варіанта});$$

$$n_4 = n_{4(\text{табл.})} + 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_4 = h_{4(\text{табл.})} - 2 \text{ мм} * (\text{№ варіанта});$$

$$n_5 = n_{5(\text{табл.})} - 0,2 * (\text{№ варіанта});$$

$$h_5 = h_{5(\text{табл.})} - 2 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}).$$

1.2. Завдання

Виконати зрівнювання нівелірної мережі методом еквівалентної заміни:

- 1) обчислити зрівнювані перевищення по ходам;
- 2) обчислити висоти точок В, С та Д;
- 3) виконати оцінку точності результатів зрівнювання.

Обчислення ведуться із точністю до 0,1 мм.

Таблиця 1.2

Зрівнювання нівелірної мережі методом еквівалентної заміни

Вихідна мережа				Еквівалентна мережа					Зрівняна вихідна мережа			
№№ ходів	Перевищення по ходу, h_i (мм)	Кількість станцій, n_i	Вага ходу, $P_i=c/n_i$ ($c=100$)	№№ ходів	Перевищення по ходу, h'_i (мм)	Кількість станцій, n'_i	Поправки в перевищення, $\Delta h'_i$ (мм)	Зрівняні перевищення, h'^*_i (мм)	Поправки, v_i	Зрівняні перевищення, h_i^* (мм)	v_i^2	$P_i v_i^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1				ε_1								
2												
3				3								
4				ε_2								
5												
6				6								
Сума												

Нев'язка $f_h =$ Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu =$ Середня квадратична похибка вимірювання перевищення на 1 км хода $m_{\text{км}} =$ $H_A =$ _____ $H_B =$ _____ $H_C =$ _____ $H_D =$ _____

2. ЗРІВНОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ МЕТОДОМ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ

2.1. Вихідні дані

Для визначення висот вузлових точок 1, 2 та 3 створена нівелірна мережа (рис. 2.1). Результати вимірів перевищень, довжина нівелірних ходів та кількість станцій по ходам наведені в табл. 2.1.

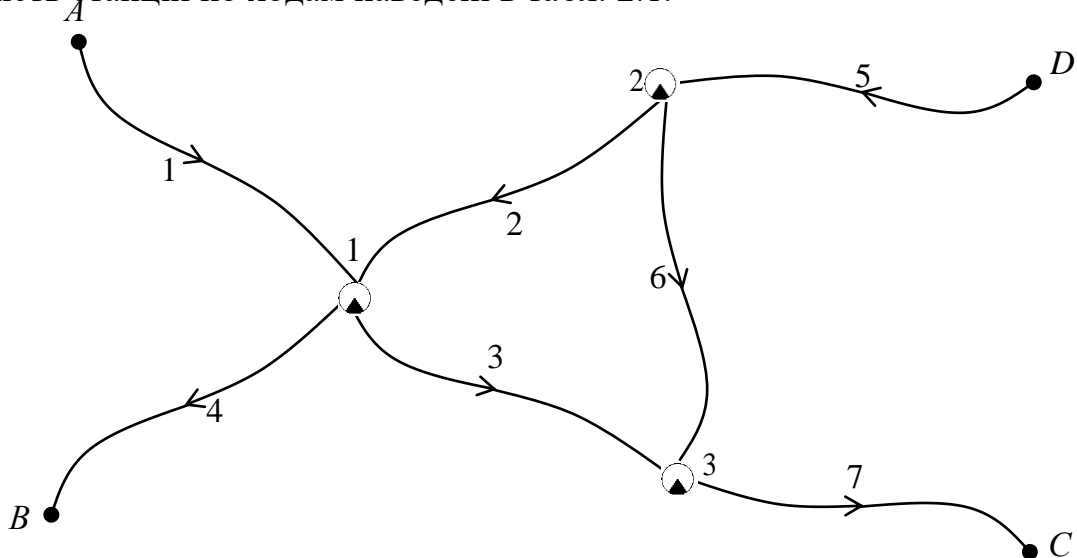


Рис. 2.1. Схема нівелірної мережі.

Таблиця 2.1.

Результати вимірів перевищень (h), довжина ходів (L), кількість станцій по ходам (n)

Мережа № 1				Мережа № 2			
$H_A = 282,119$ м;		$H_B = 289,732$ м;		$H_A = 283,322$ м;		$H_B = 290,950$ м;	
$H_C = 277,501$ м;		$H_D = 276,947$ м;		$H_C = 278,712$ м;		$H_D = 278,158$ м;	
№ ходу	Довжина ходу, L (км)	Кількість станцій, n	Вимірне перевищення по ходу, h (м)	№ ходу	Довжина ходу, L (км)	Кількість станцій, n	Вимірне перевищення по ходу, h (м)
1	9,2	62	4,254	1	3,2	24	4,252
2	9,8	68	11,762	2	9,6	68	11,759
3	6,3	46	3,203	3	5,4	36	3,211
4	3,7	27	3,365	4	6,7	48	3,367
5	9,6	65	2,342	5	5,8	39	2,345
6	5,5	35	8,561	6	6,2	44	8,564
7	5,9	38	5,675	7	9,4	66	5,678

Для виконання індивідуальної роботи внесіть зміни у результати вимірів:

$$\begin{aligned}n_1 &= n_{1 \text{ (табл.)}} + 0,2 * (\text{№ варіанта}); \\n_4 &= n_{4 \text{ (табл.)}} - 0,2 * (\text{№ варіанта}); \\n_5 &= n_{5 \text{ (табл.)}} - 0,2 * (\text{№ варіанта}); \\n_7 &= n_{7 \text{ (табл.)}} + 0,2 * (\text{№ варіанта});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h_1 &= h_{1 \text{ (табл.)}} + 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}); \\h_4 &= h_{4 \text{ (табл.)}} - 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}); \\h_5 &= h_{5 \text{ (табл.)}} - 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}); \\h_7 &= h_{7 \text{ (табл.)}} + 1 \text{ мм} * (\text{№ варіанта}).\end{aligned}$$

2.2. Завдання

Виконати зрівнювання нівелірної мережі методом послідовних приближень:

- 1) обчислити зрівнювані висоти вузлових точок 1, 2 та 3;
- 2) виконати оцінку точності результатів зрівнювання.

Обчислення ведуться із точністю до 1 мм.

Таблиця 2.2. Відомість зрівнювання

№ вузлової точки	Ход до вузлової точки	Вихідні (почальні) пункти	Вихідні висоти, $H_{\text{вих.}}$ (м)	Перевищення по ходам, h (м)	Кількість станцій, n	Вага		Приближення				Оцінка точности		
						P_i	P'_i	I	II	III	IV	V_i	V_i^2	$p_i V_i^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	A-1	A												
	B-1	B												
	2-1	2												
	3-1	3												
	Сума													
2	D-2	D												
	1-2	1												
	3-2	3												
	Сума													
3	C-3	C												
	1-3	1												
	2-3	2												
Сума														
Сума														

Контроль: $h_1 - h_4 - h_5 + h_7 =$ Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu =$ Середня квадратична похибка вимірювання перевищення на 1 км хода $m_{\text{км}} =$

3. ЗРІВНОВАЖЕННЯ СИСТЕМИ НІВЕЛІРНИХ ХОДІВ З ОДНІЄЮ ВУЗЛОВОЮ ТОЧКОЮ

3.1. Вихідні дані

Для визначення висот точок створена система нівелірних ходів з однією вузловою точкою (рис. 3.1). Результати вимірів перевищень та довжина нівелірних ходів наведені в табл. 3.1.

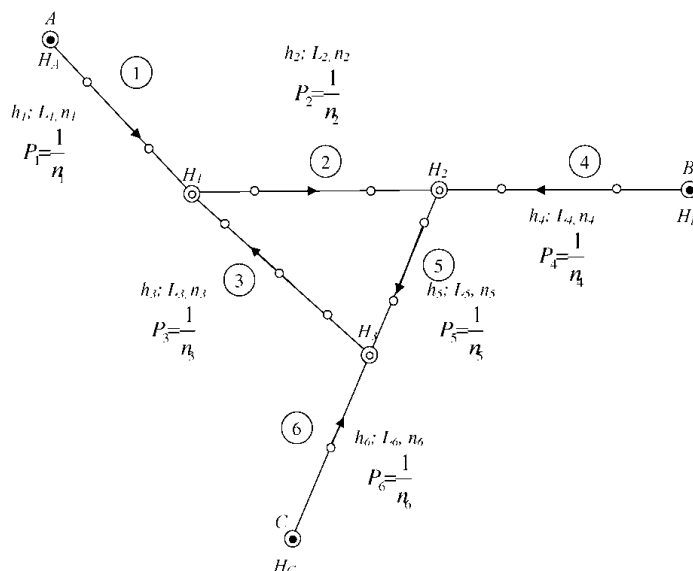


Рис. 3.1. Схема системи нівелірних ходів з однією вузловою точкою.

Таблиця 3.1

Результати вимірів перевищень (**h**) та довжина ходів (**L**)

Хід від репера А ($H_A=106,685$ м) до вузлової точки D						
№ хода	Довжина хода, L (км)	ΔL (км)	Довжина хода, L (км)	Перевищення, h (м)	Δh (м)	Перевищення, h (м)
1 (А-1)	1,2	+		-1,247	+	
2 (1-2)	1,3	0,0	1,3	-3,856	0	-3,856
3 (2-3)	1,2	-		+1,252	-	
4 (3-С)	1,3	-	1,3	-2,824	-	
Сума	5,0			-6,675		
Хід від репера В ($H_B=92,027$ м) до вузлової точки D						
5 (В-4)	1,7	-		+2,432	-	
6 (4-5)	1,5	-		+1,085	-	
7 (5-С)	1,3	-		+4,456	+	
Сума	4,5			7,973		
Хід від репера С ($H_C=95,198$ м) до вузлової точки D						
8 (С-6)	1,5	+		+1,724	+	
9 (6-7)	1,4	+		+5,445	-	
10 (7-D)	1,7	+		-2,357	-	
Сума	4,6			4,812		

Для виконання індивідуальної роботи внесіть зміни у результати вимірів:

$$\Delta L = (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанту}) / 10 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ км};$$

$$\Delta h = (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанту}) / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

Виконати зрівнювання системи нівелірних ходів з однією вузловою точкою:

- 1) обчислити зрівнювану висоту вузлової точки D;
- 2) обчислити зрівнювані висоти точок 1-7;
- 2) виконати оцінку точності результатів зрівнювання.

Обчислення ведуться із точністю до 0,1 мм.

3.2. Виконання роботи

3.1. Обчислення зрівняної висоти вузлової точки D та оцінка точності зрівнювання.

Таблиця 3.2

Зрівнювання системи ходів з однією вузловою точкою

Хід до вузлової точки	Вихідні висоти, H_i (м)	Перевищення по ходам, i (м)	Довжина хода, L_i (км)	Вага хода, $P_i = C/L_i$	Обчислена висота, $H_D = H_i + h_i$	v	v^2	pv^2
A-D								
B-D								
C-D								
Сума	XXXX	XXXX				XXX	XXX	

Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu =$

Середня квадратична похибка вимірювання перевищення на 1 км хода $m_{\text{км}} =$

Середня квадратична похибка зрівняної висоти вузлової точки $m_{\text{HD}} =$

3.2. Обчислення зрівняних висот точок від репера А до вузлової точки D.

Таблиця 3.3

Зрівнювання нівелірного ходу від репера А до вузлової точки D

Хід від репера А ($H_A=106,685$ м) до вузлової точки D ($H_D=$)						
№№ точок хода	Перевищен ня, h_i (м)	Довжина хода, L_i (км)	Поправки νh_i (м)	Зрівняні перевищен ня, h_i (м)	№№ точок хода	Зрівняні висоти, H_i (м)
A					A	
1					1	
2					2	
3					3	
D					D	
Сума						

Нев'язка по ходу $f_h = \sum h_i - (H_D - H_A) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Контроль: $\sum \nu h_i = -f_h = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.3. Обчислення зрівняних висот точок від репера В до вузлової точки D.

Таблиця 3.4

Зрівнювання нівелірного ходу від репера В до вузлової точки D

Хід від репера А ($H_B=92,027$ м) до вузлової точки D ($H_D=$)						
№№ точок хода	Перевищен ня, h_i (м)	Довжина хода, L_i (км)	Поправки νh_i (м)	Зрівняні перевищен ня, h_i (м)	№№ точок хода	Зрівняні висоти, H_i (м)
B					B	
4					4	
5					5	
D					D	
Сума						

Нев'язка по ходу $f_h = \sum h_i - (H_D - H_B) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Контроль: $\sum \nu h_i = -f_h = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.4. Обчислення зрівняних висот точок від репера С до вузлової точки D.

Таблиця 3.5

Зрівнювання нівелірного ходу від репера С до вузлової точки D

Хід від репера А ($H_C=95,198$ м) до вузлової точки D ($H_D=$)						
№№ точок хода	Перевищенн я, h_i (м)	Довжина хода, L_i (км)	Поправки $v h_i$ (м)	Зрівняні перевищенн я, h_i (м)	№№ точок хода	Зрівняні висоти, H_i (м)
C					C	
6					6	
7					7	
D					D	
Сума						

Нев'язка по ходу $f_h = \sum h_i - (H_D - H_C) = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}}$ Контроль: $\sum v h_i = -f_h = \underline{\hspace{10em}}$.

4. ЗРІВНОВАЖЕННЯ НІВЕЛІРНОЇ МЕРЕЖІ ПАРАМЕТРИЧНИМ СПОСОБОМ

4.1. Вихідні дані

Для визначення висот трьох вузлових реперів в мережі нівелювання (рис. 4.1) виміряні перевищення по 6 ходам. Результати вимірювання перевищень по ходам h_i та довжини ходів L_i в мережі нівелювання наведені в табл. 4.1.

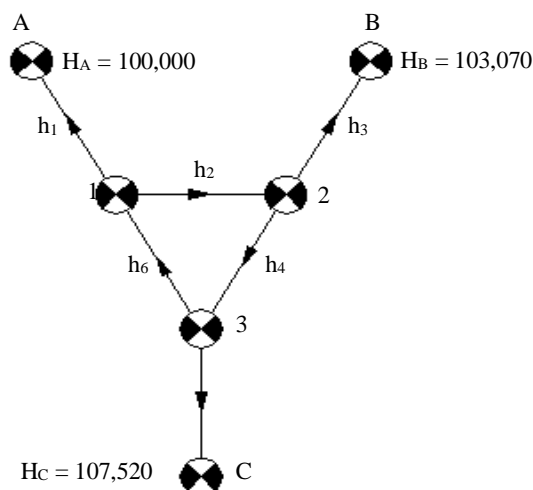


Рис. 4.1. Схема мережі

Таблиця 4.1

Результати вимірювання перевищення по ходам h_i та довжини ходів L_i

№ хода	№№ точок хода	Перевищення h_i , мм	Довжина	Вага
			L_i , км	$P_i=c/L_i$
1	2	3	4	5
1	1 – A	– 1110	3,1	
2	1 – 2	+ 2068	2,5	
3	2 – B	– 0120	1,8	
4	2 – 3	+ 0080	2,9	
5	3 – C			
6	3 – 1			

Для виконання індивідуальної роботи вирахуйте результати вимірів та запишіть їх у табл. 4.1:

$$h_5 = + 4266 \text{ мм} + 0,1 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта}) \text{ мм}; \quad L_5 = 4,8 \text{ км} - 0,1 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта});$$

$$h_6 = - 2170 \text{ мм} - 0,2 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта}) \text{ мм}; \quad L_6 = 2,6 \text{ км} + 0,1 * (\text{№ групи}) * (\text{№ варіанта}).$$

4.2. Завдання

Виконати зрівнювання нівелірної мережі параметричним способом:

- 1) визначити зрівняні значення висот вузлових реперів H^*_1 , H^*_2 та H^*_3 ;
- 2) виконати оцінку точності нівелювання 1 км ходу.

Обчислення ведуться із точністю до 0,1 мм.

4.3. Порядок виконання лабораторної роботи

4.3.1. Обчислити вагу вимірів (графа 5 табл. 4.1) за формулою ($c = 5$):

$$P_i = c / L_i = 5 / L_i.$$

4.3.2. Визначити наближені значення висот вузлових точок:

$$H_1 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} ;$$

$$H_2 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} ;$$

$$H_3 = \underline{\hspace{10em}} = \underline{\hspace{10em}} .$$

4.3.3. Записати рівняння зв'язку $h_i = \varphi(H_1, H_2, H_3)$ для елементів нівелірної мережі:

$$h_1 = \underline{\hspace{10em}} ; \quad h_2 = \underline{\hspace{10em}} ;$$

$$h_3 = \underline{\hspace{10em}} ; \quad h_4 = \underline{\hspace{10em}} ;$$

$$h_5 = \underline{\hspace{10em}} ; \quad h_6 = \underline{\hspace{10em}} .$$

4.3.4. Скласти таблицю коефіцієнтів рівнянь поправок та обчислити коефіцієнти нормальних рівнянь (табл. 4.2).

Таблиця 4.2

Таблиця коефіцієнтів рівнянь

Номер рівняння	Вага, p_i	Коефіцієнти			l_i	s_i	v_i	$p_i l_i v_i$
		a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Система параметричних рівнянь поправок								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
$\Sigma p_i l_i v_i =$								
Система нормальних рівнянь								
i	N_{ij}	N_{i1}	N_{i2}	N_{i3}	L_i	S_i	Контроль S_i	
1	N_{1i}							
2	N_{2i}							
3	N_{3i}							
$[pll], [pls]$								
$[pss]$								

Формули:

$$s_i = \sum a_{ij} + l_i; \text{ Наприклад, } s_1 = a_{11} + a_{12} + a_{13} + l_1.$$

$$N_{ij} = [pa_i a_j]; \quad L_i = [pa_i l_i]; \quad S_i = [pa_i s_i];$$

$$\text{Наприклад, } N_{11} = [pa_1 a_1] = p_1 a_{11} a_{11} + p_2 a_{21} a_{21} + p_3 a_{31} a_{31} + p_4 a_{41} a_{41} + p_5 a_{51} a_{51} + p_6 a_{61} a_{61}.$$

$$[pll] = p_1 l_1 l_1 + p_2 l_2 l_2 + p_3 l_3 l_3 + p_4 l_4 l_4 + p_5 l_5 l_5 + p_6 l_6 l_6;$$

$$[pss] = p_1 s_1 s_1 + p_2 s_2 s_2 + p_3 s_3 s_3 + p_4 s_4 s_4 + p_5 s_5 s_5 + p_6 s_6 s_6.$$

$$\text{Контроль: } [p_i a_i s_i] = \sum N_{ij} + L_i; \quad [pls] = \sum L_i + [pll]; \quad [pss] = \sum S_i + [pls].$$

4.3.5. Розв'язати систему нормальних рівнянь способом Гаусса (табл. 4.3).

Визначити:

$$\text{а) } [pvv] = [pll] + E_{1L} L_1 + E_{2L} L_2^{(1)} + E_{3L} L_3^{(2)} = \underline{\hspace{10em}};$$

$$\text{б) невідомі } t_1 = \underline{\hspace{2em}}, \quad t_2 = \underline{\hspace{2em}}, \quad t_3 = \underline{\hspace{2em}}.$$

4.3.6. Обчислити зрівняні значення висот вузлових точок та поправки до вимірних перевищень :

$$N^*_1 = N_1 + t_1 = \underline{\hspace{10em}};$$

$$N^*_2 = N_2 + t_2 = \underline{\hspace{10em}};$$

$$N^*_3 = N_3 + t_3 = \underline{\hspace{10em}}.$$

Поправки до перевищень обчислюються в таблиці коефіцієнтів параметричних рівнянь поправок (табл. 4.2) за формулою

$$g_i = a_{i1} t_1 + a_{i2} t_2 + a_{i3} t_3 + l_i.$$

4.3.7. Оцінити точність результатів зрівнювання:

а) Середня квадратична похибка одиниці ваги (перевищення на $c=5$ км по ходу)

$$\mu = \sqrt{[pvv] / (n-k)} = \underline{\hspace{10em}}.$$

б) Середня квадратична похибка похибки одиниці ваги

$$m_\mu = \mu / \sqrt{2(n-k)} = \underline{\hspace{10em}}.$$

в) Середня квадратична похибка на 1 км ходу

$$m_{1км} = \mu / \sqrt{c} = \underline{\hspace{10em}}.$$

Таблиця 4.3

Розв'язання системи нормальних рівнянь

Номер рядка	Дія	Коефіцієнти			L	S	Контроль
		t_1	t_2	t_3			
1	2	3	4	5	6	7	8
1	N_{li}						
2	E_{li}	-1					
3	N_{2i}						
4	$E_{12}N_{li}$						
5	$N_{2i}^{(1)}$						
6	E_{2i}		-1				
7	N_{3i}						
8	$E_{13}N_{li}$						
9	$E_{23}N_{2i}^{(1)}$						
10	$N_{3i}^{(2)}$						
11	E_{3i}			-1			
12	$N_4=[pll]$						
13	$E_{1L}N_{li}$						
14	$E_{2L}N_{2i}^{(1)}$						
15	$E_{3L}N_{3i}^{(2)}$						
16	$[pvv]$						
17	t_3				$[pvv]$	$[pvv]$	
18	t_2						
19	t_1						

ЛІТЕРАТУРА

1. Островський А.Л. Геодезія: підручник. Ч. 2 / А.Л. Островський, О.І. Мороз, В.Л. Тарнавський [за ред. А.Л. Островського]. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 564 с.
2. Селиханович В.Г. Учебное пособие, 2-е издание стереотипное / В.Г.Селиханович, В.П. Козлов, Г.П. Логинов . – М. ООО ИД "Альянс", 2006. – 382 с.
3. Геодезія. Частина 1. Під редакцією проф. Могильного С.Г., проф. Войтенка С.П. Чернігів, 2002.
4. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов – М : Недра, 1990. – 174 с.
5. Маслов А.В. Геодезія / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Н.Н. Александров, К.С. Соберайский, Ю.Г. Батраков. – М. : Недра, 1972. – 525 с.

Методичне видання

Кононенко Сергій Іванович
Михайло Васильович Шемякін

Кононенко С.І., Шемякін М.В. ГЕОДЕЗІЯ. Зрівноваження нівелірних мереж //
Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам
спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2019. 19 с.