

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ І ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ
УМАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ САДІВНИЦТВА
Факультет лісового і садово-паркового господарства

Кафедра геодезії, картографії та кадастру

Кононенко С.І., Шемякін М.В., Прокопенко Н.А.

ВСТУП ДО ФАХУ

*Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи
студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій*

Умань – 2022

Кононенко С.І., Шемякін М.В., Прокопенко Н.А. Вступ до фаху // Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2022. 33 с.

*Рецензенти: Шлапак В.П – доктор с.-г. наук, професор (Уманський НУС)
Козаченко І.В. – кандидат с.-г наук, доцент (Уманський НУС)*

Рекомендовано до видання науково-методичною комісією факультету лісового і садово-паркового господарства.

© Кононенко С.І
Шемякін М.В.
Прокопенко Н.А.
2022 р.

ЗМІСТ

Вступ

1. Лінійні вимірювання і визначення площ.
2. Записи числових величин у геодезії.
3. Операції із кутовими величинами
4. Операції із тригонометричними функціями.

1. Лінійні вимірювання і визначення площ.

Теоретична частина.

Виміряти лінію на місцевості - це значить визначити довжину її горизонтального прокладання, тобто довжину її проекції на горизонтальну площину.

Для лінійних величин: вимірювання лінійних величин може проводитися у наступних мірах:

- метри;
- фути;
- дюйми.

Метр - одна сорока мільйонна дуги Паризького меридіана, прийнята на міжнародній конференції в Парижі в 1795 р. Зараз 1 метр дорівнює довжині шляху, який проходить у вакуумі світло за $1/299792458$ частину секунди. (встановлено у 1983 р).

Похідні від метра, що застосовуються у геодезії:

- 1 дециметр (дм) = 10^{-1} м = 0,1 м;
- 1 сантиметр (см) = 10^{-2} м = 0,01 м;
- 1 міліметр (мм) = 10^{-3} м = 0,001 м;
- 1 мікрометр (мкм) = 10^{-6} м = 0,000001 м;
- 1 нанометр (нм) = 10^{-9} м = 0,000000001 м;
- 1 кілометр (км) = 10^3 м = 1000 м.

Фут (міжнародне позначення **ft**, а також ' штрих; від англ. *foot* — стопа) — одиниця вимірювання довжини у англійській системі мір. Точне лінійне значення розрізняється у різних країнах. У 1958 році на конференції англосовітських країн був уніфікований до значення **1' = 0,3048 м**.

Дюйм (дюйм від нім. *duim*; міжнародне: **inch, in** або " подвійний штрих), або **цаль** (через пол. *cal* від нім. *Zoll*) — одиниця вимірювання довжини у деяких європейських та американських системах вимірювання. Походить від стародавньої римської унції (лат. *uncia*). У багатьох системах сприймається як ширина великого пальця. Довжина одиниці різнилася в часі, залежно від країни чи регіону (2,4-3 см); але з 1958 року, після міжнародної стандартизації, була встановлена уніфікована величина, яка спирається на метричну систему **1" = 1/12 ft = 2,54 см** точно.

Для площ:

Площа — фізична величина, що визначає розмір поверхні, одна з основних властивостей геометричних фігур, у математиці розглядається як міра множини точок, які займають поверхню або якусь її частину. Історично, обчислення площі називалося квадратурою. За одиницю площі прийнято квадратний метр 1 м^2 . Квадратний кілометр, $1 \text{ км}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2 = 100$ гектарів

Гектар (сто арів), $1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2 = 100 \text{ а}$;

Ар (сотка), $1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$;

Квадратний сантиметр, $1 \text{ см}^2 = 0,0001 \text{ м}^2$;

Квадратний міліметр, $1 \text{ мм}^2 = 0,000\,001 \text{ м}^2$.

Хід роботи:

1. Робота із лінійними величинами.

1.1. Встановити висоту кінцевого реперу $H_{кнц}$, якщо висота початкового реперу становить $H_{пч}$, а перевищення, виміряні по ходу складають h_i .

		Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H_{пч}$ (м)		215,809	255,007	309,310	270,000	199,052	234,008	221,001	198,004	200,002	206,060
перевищення h_i (мм)	1	+0125	- 1183	+1543	- 2151	- 0911	+0747	+1085	- 0008	- 1621	+0006
	2	- 0087	- 1392	+1085	- 2209	- 1167	- 0092	+0674	- 0696	- 1688	+0747
	3	- 1309	- 1657	+0674	- 1633	- 1431	- 0164	- 0911	- 1274	- 1974	+1235
	4	- 1621	- 1909	- 0911	- 0843	- 1706	- 1471	- 1167	- 2107	- 1536	- 0200
	5	- 1688	- 1418	- 1167	+0006	- 2202	+0125	- 1431	- 1651	- 1009	- 1471
	6	- 1974	- 0311	- 1431	+0747	- 0311	- 0087	- 1706	- 0606	+0608	- 1657
	7	- 1536	+0092	- 1706	+1235	+0092	- 2003	- 2202	+0033	- 0311	- 1909
	8	- 1009	+0164	- 2202	- 1200	+0164	+1235	+0125	+0572	+0092	- 1418
	9	+0608	+1007	- 1094	- 1471	+1176	- 0200	- 0087	+1871	+0164	- 0031

- встановити сумарне перевищення по ходу у міліметрах:
мм.

$$\Sigma h_i = \underline{\hspace{2cm}}$$

- встановити сумарне перевищення по ходу у метрах:
м.

$$\Sigma h_i = \underline{\hspace{2cm}}$$

- обчислити висоту кінцевого репера: $H_{кнц} = H_{нч} + \Sigma h_i$
м.

$$H_{кнц} = \underline{\hspace{2cm}}$$

1.2. Обчислити висоту станції $H_{см}$, якщо висота приладу $i = 1447$ мм, висота вихідного репера $H_{Rp} = 178,549$ м, відліки по шашечній рейці при нівелюванні дані в міліметрах 1608.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H_{Rp} (м)	199,052	204,008	211,001	198,004	167,008	200,002	206,060	215,007	309,310	200,040
i (мм)	1446	1443	1501	1459	1462	1477	1480	1493	1454	1468
a (мм)	2706	2471	2167	2209	2167	2092	2287	2392	2085	1747

- встановити висоту приладу у метрах

$$i = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити горизонт інструмента за формулою: $\Gamma I = H_{Rp} + i$
м;

$$\Gamma I = \underline{\hspace{2cm}}$$

- встановити відлік по рейці у метрах

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- обчислити висоту станції за формулою: $H_{см} = \Gamma I - a$
м.

$$H_{см} = \underline{\hspace{2cm}}$$

1.3. Встановити значення вимірюваної лінії, якщо вимірювання проводилися сталевією мірною стрічкою номінальною довжиною $l_0 = 20$ м. Було проведено n укладень, а домір склав Δl м. Необхідно ввести поправки за компарування l_k , температуру l_m і кривизну поверхні (за редукцію) Δl_p , які дані у міліметрах. Поправка за нахил лінії склала Δl_v см.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	2	3	4	3	2	3	4	3	2	3
Δl (м)	13,218	8,798	18,007	11,511	17,339	1,123	6,517	10,994	14,862	5,564
l_k (мм)	+1	-1	+2	-2	+3	-3	+2	-2	+1	-1
l_m (мм)	-1	-1	+1	+1	-1	1	-1	+1	-1	+1
Δl_p (мм)	1	2	3	2	1	2	3	2	1	2
Δl_v (см)	1,0	0,8	1,1	2,9	1,2	3,7	1,3	0,6	1,4	2,5

- встановити попередню виміряну довжину лінії $L' = l_0 * n + \Delta l$

$$L' = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити значення поправки за компарування $\Delta l_k = l_k * L' / l_0$

$$\Delta l_k = \underline{\hspace{2cm}} \text{ мм};$$

- встановити значення поправки за температуру $\Delta l_m = l_m * L' / l_0$

$$\Delta l_m = \underline{\hspace{2cm}} \text{ мм};$$

- встановити значення всіх поправок у метрах

$$\Delta l_k = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$\Delta l_m = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$\Delta l_p = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$\Delta l_v = \text{_____} \text{ м};$$

- встановити значення горизонтального прокладення лінії за формулою:

$$D = L' + \Delta l_k + \Delta l_m - \Delta l_p - \Delta l_v \quad D = \text{_____} \text{ м.}$$

1.4. Обчислити точність вимірювання відстаней світловіддалеміром дистанцій D_i в міліметрах, якщо середня квадратична похибка (СКП) вимірювання лінії m_s обчислюється за формулами: $m_s = 2 \text{ мм} + 2 \text{ мм} * D(\text{км})$ для дистанцій до 1 км;

$$m_s = 2 \text{ мм} + 3 \text{ мм} * D(\text{км}) \text{ для дистанцій від 1 до 5 км};$$

$$m_s = 3 \text{ мм} + 5 \text{ мм} * D(\text{км}) \text{ для дистанцій від 5 до 7 км.}$$

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_1 (м)	314,716	4527,198	5142,687	918,634	4075,098	5234,776	6030,874	805,671	2780,004	5409,758
D_2 (м)	1688,376	6809,734	591,230	2255,843	468,222	1245,967	229,627	4538,756	537,118	1763,853
D_3 (м)	5379,410	98,007	3108,537	6395,865	5005,855	175,852	3691,758	6987,994	5398,673	600,395

- встановити значення виміряних ліній у кілометрах:

$$D_1 = \text{_____} \text{ км};$$

$$D_1 = \text{_____} \text{ км};$$

$$D_1 = \text{_____} \text{ км};$$

- обчислити значення СКП для кожної лінії:

$$m_{s1} = \text{_____} \text{ мм};$$

$$m_{s2} = \text{_____} \text{ мм};$$

$$m_{s3} = \text{_____} \text{ мм.}$$

2. Переобчислення лінійних величин у площі.

2.1. По результатах польових вимірювань, горизонтальні прокладення сторін прямокутної ділянки складають D_1 і D_2 метрів. Обчислити площу земельної ділянки.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_1 (м)	630,874	805,671	527,198	780,004	509,758	734,776	918,634	475,098	314,716	542,687
D_2 (м)	1029,627	438,756	1109,734	537,118	763,853	1045,967	255,843	1268,222	688,376	891,230

- визначити площу прямокутника за формулою: $S = D_1 * D_2$

$$S = \text{_____}$$

м^2 ;

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:

$$S = \text{_____} \text{ ар};$$

- переобчислити квадратні метри у гектари за допомогою коефіцієнта

10 000 пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:

$$S = \text{_____} \text{ га};$$

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**:

$$S = \text{_____}$$

км^2 .

2.2. Карта масштабу $1:M$ має прямокутну (кілометрову) сітку розміром l_{xy} сантиметрів. Встановити площу одного квадрата прямокутної (кілометрової) сітки карти певного масштабу на місцевості.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1:M$	1:1000 000	1:500 000	1:250 000	1:200 000	1:100 000	1:50 000	1:25 000	1:10 000	1:5000	1:2000
l_{xy} (см)	5	2	4	2	2	2	4	10	10	10

- використовуючи **правило двох нулів** встановити розміри сторони квадрата кілометрової сітки на місцевості за формулою: $L_{xy} = l_{xy} * k_M$

$$L_{xy} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити розміри сторони кілометрової сітки у кілометрах

$$L_{xy} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ км};$$

- визначити площу квадрата за формулою: $S = L_{xy}^2$ м²;

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ар};$$

- переобчислити квадратні метри у гектари за допомогою коефіцієнта

10 000 пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ га};$$

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**: км².

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

2.3. На карті масштабу $1:M$ виміряні довжина a і ширина b прямокутної земельної ділянки у міліметрах. Визначити площу ділянки з точністю до квадратного метра.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1:M$	1:10 000	1:5000	1:2000	1:1000	1:2000	1:5000	1:10 000	1:25 000	1:50 000	1:25 000
d_1 (мм)	34,0	28,5	147,5	114,5	254,5	87,0	80,5	106,5	36,5	67,0
d_2 (мм)	24,5	105,0	68,0	88,5	181,0	169,0	37,0	73,5	76,0	138,5

- використовуючи **правило трьох нулів** встановити розміри земельної ділянки на місцевості за формулою: $D_i = d_i * k_M$

$$D_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$D_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- визначити площу прямокутника за формулою: $S = D_1 * D_2$ м²;

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ар};$$

- переобчислити квадратні метри у гектари за допомогою коефіцієнта

10 000 пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ га};$$

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**: км².

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

2.4. На плані масштабу $1:M$ виміряні довжина a і висота h трикутної земельної ділянки у сантиметрах. Визначити площу ділянки з точністю до квадратного метра.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1:M$	1:100	1:200	1:500	1:1000	1:2000	1:1000	1:500	1:200	1:100	1:200
a (см)	48,6	35,9	64,7	42,6	30,8	85,1	52,8	78,0	50,7	34,7
h (см)	55,8	68,2	48,3	81,2	79,6	48,6	31,7	37,1	76,3	45,9

- використовуючи **правило двох нулів** встановити розміри земельної ділянки на місцевості за формулою: $D_i = d_i * k_M$

$$A = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$H = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- визначити площу прямокутника за формулою: $S = \frac{a * h}{2}$

$S =$ _____

m^2 ;

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:

$S =$ _____ ар;

- переобчислити квадратні метри у гектарах за допомогою коефіцієнта

10 000 пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:

$S =$ _____ га;

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**: $км^2$.

$S =$ _____

3. Переобчислення площ.

3.1. У результаті польових вимірювань встановлено, що площа земельної ділянки неправильної форми складає S гектар. Встановити площу земельної ділянки у сотках і квадратних метрах.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S (га)	7,5689	3,1527	9,1106	5,5571	2,0834	0,1518	4,7548	8,6354	1,0005	6,5706

- встановити площу S у сотках (арах) за допомогою коефіцієнта **100**

$S =$ _____

ар;

- встановити площу S у квадратних метрах шляхом переходу від гектарів до квадратних метрів за допомогою коефіцієнта **10 000**

$S =$ _____

m^2 ;

3.2. У результаті поконтурного визначення площ встановлені площі окремих контурів земельної ділянки у гектарах. Знайдіть сумарну площу земельної ділянки і надайте значення площ окремих її контурів у сотках і квадратних метрах.

Назви контурів S_i (га)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Житловий будинок	0,0110	0,0095	0,0066	0,0168	0,0090	0,0074	0,0097	0,0102	0,0088	0,0098
Нежитлові споруди кам'яні	0,0258	0,0052	0,0050	0,0322	0,0068	0,0036	0,0034	0,0008	0,0060	0,0064
Нежитлові споруди тимчасові	--	0,0015	0,0047	--	0,0008	0,0018	0,0001	0,0005	0,0016	0,0004
Парники, теплиці	--	--	--	--	--	0,0064	--	--	0,0044	0,0100
Підвали, погребі	--	0,0006	0,0006	--	--	0,0006	--	--	--	--
Сад	--	--	0,0506	0,1218	0,0346	0,0600	--	0,0422	0,0792	--
Город	0,0060	0,0107	0,1664	--	0,0040	0,0151	0,0004	--	0,1206	0,0300
Ягідник	--	--	0,0111	--	--	--	0,0528	--	--	--
Квітник	--	0,0006	--	0,0090	0,0379	--	--	0,0020	--	0,0066
Басейн	0,0015	--	--	0,0063	--	--	--	0,0032	--	--
Доріжки і майданчики асфальтові	0,0048	--	0,0050	--	--	0,0051	0,0020	--	0,0024	0,0068
Доріжки і майданчики з тротуарної плитки	0,0076	0,0049	--	0,0036	0,0033	--	0,0036	--	--	--
Доріжки і майданчики з бруківки	0,0033	--	--	0,0183	--	--	--	0,0061	--	--
Паркани і огорожі	0,0400	0,0170	--	0,0420	0,0036	--	0,0280	0,0350	0,0270	0,0300

- встановити загальну площу земельної ділянки у гектарах

$S_{заг} =$ _____

га;

- встановити площу $S_{заг}$ у сотках (арах) за допомогою коефіцієнта **100** $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$
ар;

- встановити площу $S_{заг}$ у квадратних метрах шляхом переходу від гектарів до квадратних метрів за допомогою коефіцієнта **10 000** $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$
 m^2 ;

- встановити площі окремих контурів S_i у квадратних метрах за допомогою коефіцієнта **10 000**:

- | | | | |
|----|----------------------------|--------------------------------------|--|
| 1. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 2. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 3. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 4. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 5. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 6. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 7. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |
| 8. | <hr/> <i>назва контуру</i> | $S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га; | $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ m^2 ; |

Зробити висновки по роботі:

2. Записи числових величин у геодезії.

Теоретична частина.

Заокруглення — математична операція, що полягає в заміні числа a наближеним числом a_1 із меншою кількістю значущих цифр. Число a_1 вибирають так, щоб похибка заокруглення була якомога меншою. Правила заокруглення наближених чисел у геодезії:

- якщо перша цифра, що відкидається менше 5, то остання цифра, що залишається не змінюється ($2,43217 \sim 2,43$);

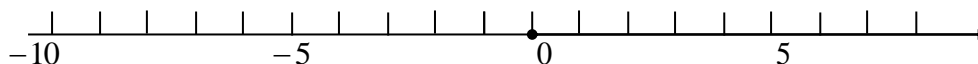
- якщо перша цифра, що відкидається більше 5, то остання цифра, що залишається збільшується на одиницю ($2,4617 \sim 2,5$; $2,45237 \sim 2,5$);

- якщо перша цифра, що відкидається є 5 і за нею йде непарна цифра, то цифра заокруглюється до парної (приклад: $2,35 \sim 2,4$; $7,45 \sim 7,4$);

- якщо перша цифра, що відкидається є 5 і за нею йде нуль, то цифра заокруглюється до нуля (приклад: $2,05 \sim 2,0$; $2,3405 \sim 2,340$).

В геодезії при проведенні математичних операцій із наближеними числами кількість вірних десяткових знаків у відповіді визначається кількістю десяткових знаків у вихідних даних.

Від'ємне число — дійсне число, що менше за нуль. Від'ємні числа розташовані на числовій осі ліворуч від нуля. Від'ємні числа застосовують для позначення числових значень величин, які можуть змінюватися у двох протилежних напрямках. У геодезії це приростки координат, перевищення, вертикальні кути, поправки і нев'язки.



Додавання від'ємних чисел. Правила виконання додавання двох від'ємних чисел можна проілюструвати на прикладі задачі про зміну температури: Якщо температура повітря ввечері була -3° (до 3 градусів морозу), а потім додалося ще -4° (додалося ще 4 градуси морозу), то температура склала -7° . Отже:

$$-3 + (-4) = -7$$

Додавання від'ємних і додатних чисел. При додаванні від'ємного і додатного чисел теж доцільно використовувати температурні аналогії: до -8° (8 градусів морозу) додали $+5^\circ$ (5 градусів тепла). Отже:

$$-8 + 5 = -3$$

Виймання з від'ємними числами. Використовуючи температурну аналогію, із -3° (3 градусів морозу) вийняли -7° (забрали 7 градусів морозу). Отже:

$$-3 - (-7) = -3 + 7 = +4$$

Аналогічно діють і при вийманні із від'ємного числа додатного. Із -8° (8 градусів морозу) вийняли 7° (забрали 7 градуси тепла)

$$-8 - (+7) = -8 + (-7) = -15$$

Множення (ділення) за участі від'ємних чисел. При множенні або діленні двох від'ємних чисел користуються правилом: «**Ворог мого ворога – мій друг**», або «**мінус на мінус дає плюс**».

$$-3 * (-2) = 3*2 = 6$$

$$-15 : (-2) = 15 : 2 = 7,5$$

При множенні (діленні) чисел із різними знаками користуються правилом: «**Ворог мого друга – мій ворог**», або «**мінус на плюс дає мінус, і плюс на мінус дає мінус**»

$$-7 * (+4) = -28$$

$$-9 : (+4) = -2,5$$

Поняття і запис степені числа. Для проведення багаторазових операції множення (або поділу) одних і тих же чисел застосовують підведення числа в **ступінь або видобування кореня з числа** (для поділу).

$$A \cdot A \cdot A \cdot A = A^4$$

Якщо $n = 1$, то $A^1 = A$. Тому, будь-яке число можна записати у вигляді першої степені цього ж числа. При піднесенні до степені 0 будь-якого ненульового числа результатом буде 1:

$$A^0 = 1$$

Усі степені одиниці також дорівнюють 1.

$$A^n = I$$

У якості показників степені можуть бути використані від'ємні числа. В такому випадку утворюється дріб, в чисельнику якого – одиниця, а у знаменнику – число у степені показника:

$$A^{-3} = \frac{1}{A^3} = \frac{1}{A * A * A}$$

Якщо показник степені представлений у вигляді правильного дробу $1/n$, то це число називається **коренем n -ї степені числа A** , і воно є таким числом x , що $x^n = A$. Корінь позначається виразом:

$$\sqrt[n]{A} = A^{\frac{1}{n}}$$

Піднесення до степені і визначення коренів має найвищий пріоритет в алгебраїчних виразах, якщо в них немає дужок, після йдуть множення-ділення і складання-віднімання.

Записи чисел у експонентній формі використовують при записах дуже великого або дуже маленького числа з невеликою кількістю вірних значущих цифр (приклад: $2,47 * 10^3 = 2470$; $4,5 * 10^{-3} = 0,045$). **Експоненціальний запис** — представлення чисел у вигляді **мантиси** і **порядку**.

$$N = M * n^p$$

де N — число, що записують;

M — мантиса (десятковий дріб);

n — основа показникової функції (як правило $n = 10$);

p (ціле) — порядок;

Число у степені десятки (порядок) показує скільки нулів після коми треба приписати **ДО** коми, або на скільки знаків треба перенести кому вправо (приклад: $1,2345687 * 10^4 = 12345,687$; $40 * 10^2 = 4000$).

Від'ємне число показує скільки нулів після коми треба приписати **ПІСЛЯ** коми або на скільки знаків треба перенести кому вліво (приклад: $12345,687 * 10^{-2} = 123,45687$; $7,5 * 10^{-4} = 0,00075$).

Іноді у комп'ютерах і калькуляторах використовується експонентна форма запису таких чисел. Так число $4,5 * 10^{-2} = 0,045$ може бути відображеним як $4,5E-2$.

Сума в математиці це – результат операції додавання чисел, або результат послідовного виконання декількох операцій додавання (підсумовування). При проведенні обчислень результатів геодезичних робіт зустрічається і спрощене позначення суми за допомогою літери Σ що є повним аналогом символу [], яке читається «додати всі значення».

$$\varphi = \sum a_i = [a_i]$$

При проведенні обчислень геодезисти намагаються, як правило, використовувати яесь одне із наведених вище позначень сум.

За допомогою процесу додавання встановлюють ймовірніше із декількох результатів значення шуканої (невідомої) величини. У ролі ймовірнішого виступає **середнє арифметичне**, або **арифметична середина** яка може позначатися або символом з макроном, тильдою, або з нулем: \bar{X} , або \tilde{X} , або X^0 , або X_0 . Вона рахується як сума результатів поділена на кількість результатів вимірювання:

$$S^0 = \frac{[H_i]}{n}$$

де S^0 - значення середнього арифметичного;

H_i - поточні значення (результати вимірювання);

n - кількість вимірювань, що були використані для встановлення ймовірнішого.

Дріб — у математиці це представлення чисел або математичних величин у вигляді результату

операції ділення. Найчастіше дріб подається у формі $\frac{a}{b}$, де *ділене* a називають **чисельником**, а

діленьник b — **знаменником** дробу. Також у геодезії рівнозначно застосовують форму $a:b$ або a/b .

Дроби застосовують для позначення частин деяких об'єктів. За способом запису дроби діляться на два формати:

$$\text{звичайні } \frac{a}{b} \quad \frac{1}{2000} \quad \text{десяткові (дільник кратний 10) } a, bcdef \quad 0,25716$$

Одною із форм правильного дроби є відносна величина. **Відносна величина** це – відношення фізичної величини до однорідної величини, яка прийнята за базову. У геодезії відносні величини застосовують для встановлення **масштабів** і опису **точності лінійних вимірювань**. **Відносна похибка вимірювання** - це похибка вимірювання, виражена як відношення абсолютної похибки до результату вимірювання. Відносну похибку у частках вимірюваної величини або у відсотках знаходять із співвідношення:

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_{\text{абс}}}{X}$$

де X – результат вимірювання.

В геодезії відносну похибку представляють у вигляді дроби, в чисельнику якого – одиниця, а у знаменнику – число $X/f_{\text{абс}}$. Наприклад, якщо лінія, довжиною $l=175,238$ м виміряна з помилкою $\Delta l=3,5$ мм, то відносна похибка вимірювання складе:

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_{\text{абс}}}{X} = \frac{3,5 \text{ мм}}{175,238 \text{ м}} = \frac{0,0035 \text{ м}}{175,238 \text{ м}} = \frac{1}{50068} \approx \frac{1}{50000}$$

Для віднайдення числа 50068 була обчислена величина $X/f_{\text{абс}}=175,238/0,0035$. Зверніть увагу на те, що перед обчисленням чисельник (3,5 мм) і знаменник (175,238 м) були приведені **ДО ОДНАКОВОЇ РОЗМІРНОСТІ**, у прикладі – до метрів.

Ті ж дії проводять і при роботі із іншою відносною величиною – **масштабом**. **Масштаб, мірило** (від нім. *Maß* — міра, і нім. *Stab* — палка) — відношення розмірів зображень об'єкта на топографічних планах і картах до його розмірів на місцевості. Числовий масштаб позначається правильним дробом $1/M$, в чисельнику якого – одиниця, а в знаменнику M – коефіцієнт, що вказує ступінь зменшення об'єкта при перенесенні його на план або карту.

$$\frac{1}{M} = \frac{l}{L}$$

Зверніть увагу на те, що:

- масштаб не може бути від'ємним числом, тобто $M > 0$;
- знаменник масштабу – завжди ціле число;
- для визначення масштабу через розміри об'єкта на плані і на місцевості необхідно, щоб перед обчисленням чисельник (l) і знаменник (L) були приведені **ДО ОДНОЇ РОЗМІРНОСТІ**;

- коефіцієнт масштабу вказує, скільки одиниць на плані містить **таких же одиниць** на місцевості, тобто *см/см, мм/мм, м/м, ft/ft...*

Враховуючи, що в 1 метрі – 100 сантиметрів (два нулі) в геодезії використовують **ПРАВИЛО ДВОХ НУЛІВ**: Для встановлення коефіцієнту переходу із сантиметрів у метри приберіть ДВА НУЛІ із знаменника масштабу. Приклад: масштаб 1/25000 встановлює, що в 1 см плану/карти – 25000 250 м на місцевості.

Враховуючи, що в 1 метрі – 1000 міліметрів (три нулі) в геодезії використовують **ПРАВИЛО ТРЬОХ НУЛІВ**: Для встановлення коефіцієнту переходу із міліметрів у метри приберіть ТРИ НУЛІ із знаменника масштабу. Приклад: масштаб 1/100 000 встановлює, що в 1 мм карти – 100 000 вкладається 100 м на місцевості.

Хід роботи.

1. Правила заокруглення чисел у геодезії.

1.1. Заокруглення лінійних величин. З пар вимірювань ліній пряме/зворотне встановити середнє значення кожної лінії і знайти периметр полігону.

- обчислити середні відстані і заокруглити до тисячних метра (до міліметрів):

$$L_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; L_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; L_3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; L_4 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; L_5 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити сумарне значення довжин (периметр полігону) і

заокруглити його до тисячних метра (до міліметрів):

$$\Sigma L_i = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

$\frac{L_{\text{пр}}}{L_{\text{зв}}}$ (М)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	<u>215,809</u> 215,812	<u>255,007</u> 255,000	<u>309,310</u> 309,306	<u>270,000</u> 269,997	<u>199,052</u> 199,045	<u>234,008</u> 233,999	<u>221,001</u> 220,998	<u>198,004</u> 197,995	<u>200,002</u> 200,003	<u>206,060</u> 206,057
2	<u>231,001</u> 230,998	<u>98,004</u> 97,995	<u>170,002</u> 169,999	<u>161,001</u> 160,998	<u>111,931</u> 111,926	<u>130,002</u> 129,999	<u>208,002</u> 207,995	<u>115,809</u> 115,803	<u>116,060</u> 116,057	<u>180,002</u> 179,999
3	<u>178,004</u> 177,995	<u>115,809</u> 115,803	<u>216,060</u> 216,057	<u>131,711</u> 131,708	<u>180,002</u> 179,999	<u>206,060</u> 206,057	<u>101,931</u> 101,926	<u>231,001</u> 230,998	<u>151,001</u> 150,998	<u>75,809</u> 75,813
4	<u>130,002</u> 129,999	<u>231,001</u> 230,998	<u>165,809</u> 165,813	<u>115,809</u> 115,813	<u>146,060</u> 146,057	<u>128,004</u> 127,995	<u>230,004</u> 229,999	<u>106,060</u> 106,057	<u>148,074</u> 148,069	<u>115,809</u> 115,804
5	<u>206,060</u> 206,057	<u>80,002</u> 79,999	<u>111,711</u> 111,708	<u>98,004</u> 97,995	<u>201,001</u> 200,998	<u>241,931</u> 241,926	<u>186,060</u> 186,057	<u>211,931</u> 211,926	<u>151,711</u> 151,708	<u>231,001</u> 230,998

1.2. Заокруглення висот і перевищень.

У результаті тригонометричного нівелювання по сторонах тріангуляції III класу отримані значення перевищень по напрямках h_i . Виконайте заокруглення значень до міліметрів (тисячних).

h_i (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	+12,15894 3	-9,265841	+16,87655 1	+10,23556 8	- 18,325589	-4,565087	-6,376474	+7,345587	-4,805491	+4,231568
2	-6,896474	+4,231568	-1,273527	+8,635547	+9,231568	+1,005687	2,865571	-6,002547	3,715687	-5,896474
3	-9,865511	+7,412521	+3,345587	-6,321844	-7,896474	+8,656551	-8,905507	+10,92356	6,656551	+14,26584 1
4	+6,932845	-6,985507	+8,002547	-4,805491	+3,265841	- 13,273527	10,115742	+4,231568	- 11,273527	-7,805491
5	+4,864491	- 11,865742	+11,92356	+5,005687	-2,020255	-0,915547	15,74825	+7,412561	8,345587	+1,412561

- заокруглити до тисячних метра (до міліметрів) – залишивши три знаки після коми:

$$h_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; \quad h_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; \quad h_3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; \quad h_4 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; \quad h_5 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

1.3. Заокруглення кутових величин.

1.3.1. Під час обробки ходу полігонометрії значення румбівних кутів склали величину $r_{\text{розр}}$. Заокругліть значення до цілих минут, враховуючи, що у кутових величинах число 30" відповідає числу 0,5 у десяткових дробах.

Варіанти	Румбівні кути																											
	r_1				r_2				r_3				r_4				r_5				r_6				r_7			
	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"
1	Пн 3	8 3	5 1	0 8	Пн С	3 2	1 4	5 4	Пн С	7 6	1 4	3 0	Пн 3	1 2	5 9	3 7	Пн С	3 5	1 8	5 4	Пн 3	1 2	5 7	0 8	Пн С	5 7	1 2	3 4
2	Пн 3	5 7	1 5	3 0	Пн С	4 5	4 5	3 0	Пн С	3 9	2 7	0 1	Пн 3	4 7	4 6	3 0	Пн С	8 9	3 3	2 3	Пн С	0 1	5 5	0 0	Пн С	6 5	5 9	3 2
3	Пн С	1 1	0 6	5 4	Пн С	7 8	1 1	5 6	Пн С	5 5	0 5	4 5	Пн 3	6 7	3 4	0 7	Пн С	8 4	4 0	3 4	Пн С	5 1	0 6	5 4	Пн С	2 5	7 1	3 0
4	Пн С	2 7	2 5	2 3	Пн С	8 7	5 9	3 7	Пн 3	2 0	1 8	5 4	Пн 3	7 5	3 2	3 3	Пн С	6 0	2 8	2 8	Пн С	6 6	2 5	2 3	Пн С	3 4	5 3	0 3
5	Пн С	7 8	0 0	4 1	Пн С	5 6	4 3	0 1	Пн 3	5 7	3 3	2 3	Пн 3	5 5	5 1	0 8	Пн 3	0 1	3 0	3 0	Пн С	3 6	0 0	4 1	Пн 3	8 3	4 3	0 1
6	Пн С	8 4	3 7	2 9	Пн С	8 7	3 9	1 9	Пн 3	8 1	4 0	3 4	Пн 3	4 5	1 5	3 0	Пн 3	4 5	5 9	3 4	Пн 3	1 1	3 7	2 9	Пн 3	1 8	0 9	1 9
7	Пн С	3 3	5 9	3 1	Пн 3	8 8	4 2	2 8	Пн 3	4 6	2 8	2 8	Пн С	1 9	0 6	5 4	Пн 3	7 8	1 2	1 7	Пн 3	4 0	5 9	3 5	Пн 3	7 6	4 2	2 8
8	Пн 3	2 6	4 0	3 0	Пн 3	4 6	2 6	3 0	Пн С	9 1	3 0	3 0	Пн С	5 0	2 5	2 3	Пн 3	5 9	1 4	3 0	Пн 3	6 9	4 6	3 0	Пн 3	3 8	2 6	3 0
9	Пн 3	4 4	3 4	0 7	Пн 3	8 9	3 2	3 7	Пн С	2 2	5 9	3 3	Пн С	6 2	0 0	4 1	Пн 3	6 7	2 7	0 1	Пн 3	2 7	3 4	0 7	Пн С	2 2	3 2	3 7
10	Пн 3	8 3	1 2	3 3	Пн 3	4 8	0 8	4 2	Пн С	6 9	1 2	1 7	Пн С	1 1	3 7	2 9	Пн С	1 8	0 5	4 5	Пн 3	4 9	1 2	3 3	Пн С	4 2	0 8	4 2

- заокругліть значення кутів і випишіть їх нижче, з наданням чверті:

$$r_1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}'; \quad r_2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}'; \quad r_3 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}'; \quad r_4 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}';$$

$$r_5 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}'; \quad r_6 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}'; \quad r_7 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \underline{\hspace{2cm}}';$$

1.3.2. Рішення оберненої геодезичної задачі надало значення дирекційних кутів $\alpha_{розр}$. Заокругліть значення до десятих секунд.

- заокругліть значення кутів до десятих секунди, залишивши один знак після коми:

$$\alpha_1 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad \alpha_2 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad \alpha_3 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}'';$$

$$\alpha_4 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad \alpha_5 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}'';$$

Варіанти	Дирекційні кути														
	α_1			α_2			α_3			α_4			α_5		
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	302	46	30,45897 5	146	26	57,00689 4	209	31	13,37865 1	350	25	23,05060 8	59	14	51,30405 7
2	183	12	33,03658 9	48	30	42,83254 6	269	12	17,26445 7	11	37	12,96832 4	18	05	45,66342 9
3	178	00	41,54871 2	356	43	01,50678 4	57	33	23,06284 5	155	51	08,21835 7	100	31	30,91035 4
4	33	59	31,22664 7	98	42	28,37849 6	246	28	28,82346 1	319	06	54,65249 3	78	12	17,80635 4
5	284	37	29,03095 1	178	37	19,15976 4	281	40	34,30406 7	304	15	30,52479 6	45	59	34,22865 1
6	311	06	54,12765 4	78	11	56,85647 3	5	05	45,56247 2	167	34	07,02579 3	284	40	3,340692
7	183	51	08,37140 1	203	12	5,903267 4	76	54	30,32905 1	112	59	37,78593 4	235	18	54,77432 8
8	257	15	30,09538 4	45	45	30,81275 6	39	27	01,89346 0	47	46	30,30652 9	89	33	23,26539 8
9	27	25	23,20471 9	87	59	37,36529 1	20	18	54,00736 5	75	12	33,90547 3	60	28	28,00367 5
10	44	34	07,83649 2	89	32	47,60765 8	22	49	33,88602 7	62	00	41,45286 1	67	27	01,98060 7

1.3.3. Заокругліть значення зенітних відстаней z_i , отриманих під час триангуляційних робіт до десятих минут.

Варіанти	Зенітні відстані											
	z_1		z_2		z_3		z_4		z_5		z_6	
	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
1	72	28,823461	86	51,304057	91	37,785934	70	00,019233	70	47,340692	80	22,545658
2	83	34,304067	78	30,006894	69	00,306529	81	54,774328	90	08,893460	78	30,378651
3	78	45,562472	86	00,832546	77	33,905473	75	23,265398	91	54,007365	69	17,264457
4	90	30,329051	90	17,806354	86	41,452861	90	28,003675	78	00,886027	73	23,062845
5	84	01,893460	78	34,228651	90	46,050608	64	00,910607	85	23,812756	83	41,548712
6	91	54,007365	88	08,218357	85	12,968324	67	23,204719	84	00,127654	90	31,226647
7	83	33,886027	90	54,652493	76	30,812756	72	00,836492	75	0,371401	67	29,030951
8	87	04,506784	85	30,524796	69	54,127654	87	30,910354	89	17,264457	85	00,365291
9	77	00,378496	87	17,025793	70	28,371401	75	56,856473	80	33,062845	71	47,607658
10	84	19,159764	89	33,036589	82	45,663429	72	5,9032674	69	00,340692	81	30,095384

- заокругліть значення кутів, залишивши один знак після коми і випишіть їх нижче:

$$z_1 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad z_2 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad z_3 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}'';$$

$$z_4 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad z_5 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}''; \quad z_6 = \text{---}^\circ \text{---}' \text{---}'';$$

1.4. Заокруглення площ.

Аналітичне визначення площ фрагментів земельної ділянки складної форми видало значення площ p_i у квадратних метрах. Заокругліть значення до цілих квадратних метрів, перерахуйте значення у сотки і гектари та заокругліть до *десятої сотки* і до *соті гектару*.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(\text{м}^2)$	125684,561 7	438903,152 7	259671,710 6	175689,557 1	102687,083 4	381087,151 8	364284,754 8	118867,635 4	195681,558 6	136864,570 6

- площа ділянки у квадратних метрах складе:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}^2;$$

- встановити площу S у сотках (арах)
ар;

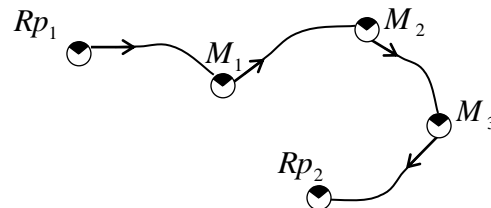
$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

- встановити площу S у гектарах

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ га};$$

2. Операції із від'ємними числами.

2.1. Нівелірний хід III класу складається із 4 секцій. Встановити теоретичну суму перевищень по кожній секції і вирахувати теоретичне перевищення по ходу, якщо висоти реперів Rp і марок M складають:



Висоти Н, (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rp_1	215,809	256,007	310,310	270,008	198,052	234,008	221,001	199,004	200,002	206,06
M_1	213,187	253,634	307,511	267,836	195,673	231,956	218,768	196,837	197,769	203,934
M_2	212,998	253,059	307,465	267,441	195,240	231,368	218,403	196,554	197,342	203,482
M_3	212,876	252,906	307,007	267,005	194,997	231,004	218,107	196,135	197,007	203,003
Rp_2	210,010	250,762	304,934	264,371	192,012	228,989	215,571	193,821	194,638	200,895

- встановити перевищення по секції $Rp_1:M_1$ $h_1 = H_{кінц} - H_{поч}$

$$h_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити перевищення по секції $M_1:M_2$

$$h_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити перевищення по секції $M_2:M_3$

$$h_3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити перевищення по секції $M_3:Rp_2$

$$h_4 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити сумарне перевищення по секціях: $\Sigma_{\text{теор}} = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$

$$\Sigma_{\text{теор}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- проконтролювати сумарне перевищення по ходу за формулою:

$$\Sigma_{\text{теор}} = H_{кінц} - H_{поч} = H_{Rp2} - H_{Rp1}$$

$$\Sigma_{\text{теор}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

2.2. Визначити висоту пікетних точок при мензульному зніманні номограмним кіпрегелем КН якщо відомі: i – висота інструмента в метрах, K – коефіцієнт номограми, a – відлік по рейці по кривій номограми у міліметрах, v – висота наведення у метрах.

Ва- рі- ант	Висот a інстру- мента i м	Відліки по пікетах																	
		пікет 1			пікет 2			пікет 3			пікет 4			пікет 5			пікет 6		
		K	a	v	K	a	v	K	a	v	K	a	v	K	a	v	K	a	v
			мм	м		мм	м		мм	м		мм	м		мм	м		мм	м
1	0,783	-10	1106	1,0	-20	0261	0,5	-100	0163	2,0	-200	0162	0,3	-500	0031	0,7	-10	0723	1,5
2	0,697	-20	1537	0,5	-100	0498	0,6	-200	0008	1,8	-500	0074	0,5	-10	0056	0,8	-20	1108	1,5
3	0,689	-100	0192	1,5	-200	0245	0,8	-500	0003	1,5	-20	1945	0,5	-10	2160	1,0	-20	0004	2,0
4	0,715	-200	0037	2,0	-500	0035	1,0	-20	0126	1,0	-100	0163	0,7	-10	2181	1,2	-20	2301	1,8
5	0,738	-500	0025	2,5	-20	1876	1,0	-10	1962	1,0	-20	2171	1,0	-100	0147	1,5	-200	0084	2,2
6	0,746	-500	0067	1,0	-100	0194	1,5	-200	0173	0,8	-20	2509	1,0	-10	1653	1,5	-10	0137	2,5
7	0,791	-200	0047	0,8	-500	0084	2,0	-20	2161	0,5	-100	0243	1,5	-20	0105	2,0	-10	1645	0,5
8	0,724	-100	0163	0,6	-200	0136	2,2	-500	0081	0,5	-20	2600	1,5	-20	1994	2,2	-10	0203	0,7
9	0,765	-20	1608	1,0	-100	0117	2,5	-200	0142	0,3	-500	0008	2,0	-20	1382	1,0	-10	0086	1,0
10	0,783	-10	2417	1,2	-20	2327	1,0	-100	0004	1,0	-200	0046	2,3	-500	0012	0,5	-10	1376	1,5

- визначити перевищення за формулою: $h_i = K \cdot a + i - v$. Пам'ятайте, що відлік a даний у міліметрах!

нікет 1 $h_1 = \underline{\hspace{1cm}} * \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$
 нікет 2 $h_2 = \underline{\hspace{1cm}} * \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$
 нікет 3 $h_3 = \underline{\hspace{1cm}} * \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$
 нікет 4 $h_4 = \underline{\hspace{1cm}} * \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$
 нікет 5 $h_5 = \underline{\hspace{1cm}} * \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$
 нікет 6 $h_6 = \underline{\hspace{1cm}} * \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}.$

2.3. Визначить координати точок замкнутого теодолітного ходу в умовній системі координат, якщо дані приростки ΔX і ΔY у метрах і координати вихідної точки $X_1=0,000 \text{ м}$, $Y_1=0,000 \text{ м}$.

Вари- ант	Приростки координат (м)									
	1-2		2-3		3-4		4-5		5-1	
	ΔX	ΔY	ΔX	ΔY	ΔX	ΔY	ΔX	ΔY	ΔX	ΔY
1	+180,76 8	+201,56 8	-224,513	-234,682	-101,837	+170,79 5	-101,982	-237,686	+247,56 4	+100,00 5
2	-209,564	+216,93 4	-137,594	-213,682	+222,53 8	-174,361	+209,86 4	+197,56 2	-85,244	-26,453
3	-183,657	-207,604	+170,26 1	-215,634	+228,94 1	+208,00 5	-116,817	+137,64 0	-98,728	+77,593
4	+169,53 1	-176,853	-246,351	-201,205	-157,860	+164,38 5	+174,46 0	+109,86 4	+60,220	+103,80 9
5	-227,845	-106,537	+143,26 4	-115,973	-230,634	+120,56 7	+173,68 4	-145,068	+141,53 1	+247,01 1
6	-209,860	+190,05 7	+137,64 0	-98,728	+77,593	-209,564	+216,93 4	-137,594	-222,307	+255,82 9
7	+248,61 7	-156,431	-63,985	-75,861	+83,426	+169,53 1	-176,853	-146,351	-91,205	+209,11 2
8	+212,00 7	+172,35 6	-234,682	-101,837	+89,365	-101,982	+71,008	-83,264	-137,698	+114,72 7
9	+173,62 5	-168,443	-174,361	+209,86 4	+97,562	-85,244	+137,68 7	+248,50 5	-234,513	-204,682
10	-168,953	+242,00 1	+158,00 5	-116,817	+137,64 0	-98,728	-249,594	-111,682	+122,90 2	+85,226

- обчисліть значення координат точки 2 і всіх наступних точок за формулами:

$$X_{наст} = X_{попер} + \Delta X_i$$

та

$$Y_{наст} = Y_{попер} + \Delta Y_i$$

$$X_2 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$$

$$Y_2 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$$

$$X_3 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$$

$$Y_3 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$$

$$X_4 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$$

$$Y_4 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$$

$$X_5 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$$

$$Y_5 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}.$$

- проведіть контрольні обчислення, розрахувавши координати точки 1 через координати точки 5:

$$X_1 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$$

$$Y_1 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}.$$

2.4. Під час обробки замкнутого теодолітного ходу встановлені виміряні приростки координат ΔX_i і ΔY_i у метрах та відповідні поправки $\delta_{\Delta X_i}$ і $\delta_{\Delta Y_i}$ у міліметрах. Обчисліть виправлені значення приростків координат $\Delta X_i^{випр}$ і $\Delta Y_i^{випр}$ у метрах.

Вариант	Приростки координат і поправки до них									
	1		2		3		4		5	
	$\delta\Delta X_i$ (мм) ΔX_i (м)	$\delta\Delta Y_i$ (мм) ΔY_i (м)	$\delta\Delta X_i$ (мм) ΔX_i (м)	$\delta\Delta Y_i$ (мм) ΔY_i (м)	$\delta\Delta X_i$ (мм) ΔX_i (м)	$\delta\Delta Y_i$ (мм) ΔY_i (м)	$\delta\Delta X_i$ (мм) ΔX_i (м)	$\delta\Delta Y_i$ (мм) ΔY_i (м)	$\delta\Delta X_i$ (мм) ΔX_i (м)	$\delta\Delta Y_i$ (мм) ΔY_i (м)
1	-2 +83,438	-2 +169,542	-1 -63,985	-1 -75,861	-3 -91,205	-3 +209,112	-3 -176,853	-2 -146,351	-3 +248,617	-3 -156,431
2	-1 +89,376	-1 -101,971	-3 -234,682	-3 -101,837	-2 -137,698	-2 +114,727	-2 +71,008	-2 -83,264	-3 +212,007	-3 +172,356
3	-2 -230,621	-2 +120,579	-2 +143,264	-2 -115,973	-3 +141,531	-3 +247,011	-3 +173,684	-2 -145,068	-3 -227,845	-3 -106,537
4	-2 +77,605	-2 -209,551	-1 +137,64	-2 -98,728	-3 -222,307	-3 +255,829	-3 +216,934	-3 -137,594	-3 -209,86	-3 +190,057
5	-2 -101,824	-2 +170,808	-3 -224,513	-3 -234,682	-2 +247,564	-2 +100,005	-3 -101,982	-3 -237,686	-3 +180,768	-3 +201,568
6	-3 +222,551	-3 -174,349	-3 -137,594	-2 -213,682	-1 -85,244	-1 -26,453	-3 +209,864	-3 +197,562	-3 -209,564	-3 +216,934
7	-1 +97,575	-1 -85,232	-3 -174,361	-3 +209,864	-3 -234,513	-3 -204,682	-3 +137,687	-2 +248,505	-3 +173,625	-3 -168,443
8	-2 +137,652	-2 -98,717	-2 +158,005	-2 -116,817	-2 +122,902	-1 +85,226	-3 -249,594	-3 -111,682	-3 -168,953	-3 +242,001
9	-3 +228,953	-3 +208,017	-3 +170,261	-3 -215,634	-1 -98,728	-1 +77,593	-2 -116,817	-2 +137,64	-3 -183,657	-3 -207,604
10	-3 -157,848	-2 +164,397	-3 -246,351	-4 -201,205	-1 +60,22	-2 +103,809	-2 +174,46	-2 +109,864	-3 +169,531	-2 -176,853

- обчисліть значення виправлених приростків координат за формулами:

$$\Delta X_i^{випр} = \Delta X_i + \delta\Delta X_i \quad \text{та} \quad \Delta Y_i^{випр} = \Delta Y_i + \delta\Delta Y_i$$

Пам'ятайте, що приростки і поправки дані не в одному розмірнику!

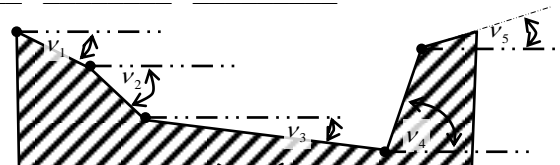
$$\begin{aligned} \Delta X_1^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м} & \Delta Y_1^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м;} \\ \Delta X_2^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м} & \Delta Y_2^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м;} \\ \Delta X_3^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м} & \Delta Y_3^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м} \\ \Delta X_4^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м} & \Delta Y_4^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м;} \\ \Delta X_5^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м} & \Delta Y_5^{випр} &= \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м.} \end{aligned}$$

- проведіть контрольні обчислення, розрахувавши суми виправлених приростків, які у замкненому ході повинні дорівнювати нулю.

$$\Sigma \Delta X_i^{випр} = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м;}$$

$$\Sigma \Delta Y_i^{випр} = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \text{ м.}$$

2.5. При геодезичному обстеженні котловану встановлено значення вертикальних кутів (укосів схилів) v_i . Встановіть результуюче (сумарне) значення укосів стінок котловану $v_{рез}$.



Варианти	Вертикальні кути (укоси схилу)														
	v_1			v_2			v_3			v_4			v_5		
	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
1	-9	07	12	-11	01	33	-3	22	13	+20	09	24	+3	20	18
2	-7	08	15	-15	20	30	-2	20	11	+21	14	18	+3	33	22
3	-8	09	17	-18	21	27	-1	19	13	+23	16	14	+4	32	27
4	-10	10	14	-14	22	34	-0	23	10	+19	19	14	+5	35	28
5	-9	11	13	-12	27	33	-1	18	11	+21	28	21	+1	27	20
6	-6	10	11	-11	16	37	-2	20	11	+16	22	18	+3	23	25
7	-10	14	15	-13	13	29	-3	19	15	+20	25	24	+6	20	19
8	-7	08	12	-12	25	36	-2	17	11	+17	22	28	+4	27	15
9	-8	07	11	-10	23	33	-1	18	15	+18	19	17	+1	28	26
10	-9	10	16	-14	22	28	-0	16	13	+16	29	25	+7	18	16

- складіть порангово вертикальні кути v_1 і v_2 пам'ятаючи, що в 1 градусі – 60 минут, а в 1 минуті – 60 секунд:

$$v_1 + v_2 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' + \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'';$$

- складіть порангово вертикальні кути v_3 і суму кутів $v_1 + v_2$:

$$v_3 + (v_1 + v_2) = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' + \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'';$$

- складіть порангово вертикальні кути v_4 і v_5 :

$$v_4 + v_5 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' + \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'';$$

- складіть порангово суми вертикальних кутів ($v_1 + v_2 + v_3$) та ($v_4 + v_5$):

$$v_{рез} = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' + \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}''.$$

3. Поняття і запис степені числа.

3.1. Координати точок X_i і Y_i надані у метрах. Запишіть координати у експонентній формі із мантисою M і основою $n=10$. При цьому мантиса повинна лежати у межах $1 < M < 10$ і бути заокруглена до **6 знаків після коми**.

X_i (м) Y_i (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6374215,80 2	7068255,00 7	5619309,31 0	4523270,03 7	3378199,05 2	8853234,00 8	6762115,80 9	2098161,00 1	1797130,00 3	5439206,06 9
	4157215,81 2	3864255,00 9	7211309,30 6	8173269,99 7	6815199,04 5	1147233,99 9	2798115,80 3	9848160,99 8	5281129,99 9	4502206,05 7
2	6748231,00 1	7281998,07 4	5963170,00 2	4098161,00 8	3591511,93 1	8694130,00 2	6614231,00 6	2761231,71 4	1904286,06 1	5200128,03 4
	4524230,99 8	3510797,99 5	7694169,99 9	8848160,99 8	6470191,92 6	1730129,99 9	2269230,99 8	9364135,70 8	5655206,05 7	4345127,99 5
3	6815178,07 4	7762115,80 9	5507276,06 0	4761231,71 9	3779180,00 7	8439236,06 4	6568428,00 2	2280115,80 9	1374215,80 9	5156241,93 1
	4132177,99 5	3798145,80 3	7129216,05 7	8364138,70 8	6590179,99 2	1502206,05 7	2319079,92 9	9794115,81 3	5157215,81 2	4829241,92 6
4	6797130,00 4	7614231,00 1	5338165,80 9	4280115,80 9	3030146,06 7	8200128,00 4	6068255,00 7	2166598,00 4	1748231,01 1	5853234,00 8
	4281129,99 9	3269230,99 8	7074165,81 3	8794115,81 3	6768146,05 7	1345127,99 5	2864255,00 9	9348797,99 5	5524230,99 8	4147233,90 7
5	6904216,06 3	7568428,00 6	5290111,71 1	4166598,05 4	3951201,00 1	8156241,93 1	6281998,07 4	2523270,03 7	1815178,00 4	5694130,00 5
	4655206,05 7	3319079,99 9	7563111,70 8	8348797,99 5	6938200,99 8	1829241,92 6	2510797,99 5	9173269,99 7	5132177,99 5	4730129,99 9

- перенесіть кому на p знаків ліворуч (наприклад $85218676,916 \rightarrow 8,5218676916$), заокругліть мантису до 6 знаків після коми (у прикладі: $8,5218676916 \sim 8,521868$) та запишіть число у експонентній формі із основою 10 і показником p (у прикладі $p=7$): $85218676,916=8,521868*10^7$.

точка 1

$$X = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

$$Y = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

точка 2

$$X = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

$$Y = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

точка 3

$$X = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

$$Y = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

точка 4

$$X = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

$$Y = \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} \sim \underline{\quad}, \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}, \underline{\quad} *10^{-m};$$

точка 5

$$X = \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \sim \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} *10^{-m};$$

$$Y = \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \sim \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} *10^{-m}.$$

3.2. При спостереженні за нахилом антени встановлені зрушення верху споруди від вертикалі по сторонах світу відносно її низу $\delta_{Пн-Пд}$ та $\delta_{Сх-Зх}$ у міліметрах. Надати значення зрушень у метрах. Виразити значення у експонентній формі, попередньо заокругливши мантиси до 2 знаку після коми. При цьому мантиса повинна лежати у межах $0 < M < 1$.

$\delta_{Пн-Пд}$ $\delta_{Сх-Зх}$	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
мм	$\frac{-3,7142}{-1,0028}$	$\frac{+2,2861}{-4,8735}$	$\frac{-2,1072}{+3,5329}$	$\frac{-1,4505}{-2,7412}$	$\frac{+4,6054}{-3,2811}$	$\frac{-2,5576}{+3,8209}$	$\frac{-3,3472}{-4,1806}$	$\frac{+2,7437}{-2,8514}$	$\frac{-4,6558}{+3,9387}$	$\frac{-2,4137}{-2,8561}$

-переведіть значення зрушень $\delta_{Пн-Пд}$ та $\delta_{Сх-Зх}$ у метри;

- перенесіть кому на p знаків праворуч (наприклад $0,0000000567891 \rightarrow 0,567891$), заокругліть мантису до 3 знаків після коми (у прикладі: $0,567891 \sim 0,568$) та запишіть число у експонентній формі із основою 10 і показником p (у прикладі $p=7$): $0,0000000567891 = 0,568 * 10^{-7} м$.

$$\delta_{Пн-Пд} = \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \text{ мм} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \text{ м} \sim \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} *10^{-m};$$

$$\delta_{Сх-Зх} = \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \text{ мм} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \text{ м} \sim \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} *10^{-m}.$$

3.3. Встановіть горизонтальне прокладення між точками місцевості S по їх координатах X і Y (рішення оберненої геодезичної задачі). Значення горизонтального прокладення заокругліть до 3 знаків після коми (до міліметрів).

$X_i (м)$ $Y_i (м)$	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	$\frac{6762115,80}{9}$	$\frac{6568428,00}{2}$	$\frac{6288740,67}{7}$	$\frac{6799517,63}{3}$	$\frac{6815178,07}{4}$	$\frac{6748231,00}{1}$	$\frac{6614231,00}{6}$	$\frac{6374215,80}{9}$	$\frac{6068255,04}{7}$	$\frac{2166598,00}{4}$
	$\frac{2798115,46}{3}$	$\frac{2319079,92}{9}$	$\frac{2517668,62}{4}$	$\frac{4287532,68}{4}$	$\frac{4132177,99}{5}$	$\frac{4524230,99}{8}$	$\frac{2270546,44}{1}$	$\frac{4157215,81}{2}$	$\frac{2864235,10}{9}$	$\frac{9348797,99}{5}$
II	$\frac{6764912,63}{7}$	$\frac{6560371,94}{7}$	$\frac{6281998,07}{4}$	$\frac{6797130,00}{4}$	$\frac{6818276,60}{4}$	$\frac{6740058,21}{4}$	$\frac{6619983,20}{3}$	$\frac{6378746,23}{0}$	$\frac{6065287,64}{3}$	$\frac{2169632,54}{7}$
	$\frac{2792116,38}{4}$	$\frac{2319526,29}{3}$	$\frac{2510797,99}{5}$	$\frac{4281129,99}{9}$	$\frac{4131112,57}{2}$	$\frac{4525544,72}{1}$	$\frac{2269230,99}{8}$	$\frac{4155324,95}{1}$	$\frac{2867688,85}{1}$	$\frac{9342145,63}{8}$

- обчисліть приростки абсцис і ординат за формулами: $\Delta X = X_{II} - X_I$; $\Delta Y = Y_{II} - Y_I$

$$\Delta X = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м} \quad \Delta Y = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- підведіть ΔX до квадрату:

$$\Delta X^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

- підведіть ΔY до квадрату:

$$\Delta Y^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

- обчисліть значення S за формулою: $S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$

$$S = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

4. Основні операції із дробовими числами.

4.1. Розрахуйте масштаб плану, якщо дані довжини відрізка на плані l (мм) і на місцевості L (м).

Відрізок	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l (мм)	27,8	18,6	31,7	14,8	27,8	10,6	21,0	12,8	42,2	28,4
L (м)	55,6	93,0	31,7	29,6	13,9	53,0	4,20	12,8	4,2	14,2

- пам'ятаючи, що масштаб – це коефіцієнт що вказує, скільки одиниць на плані містить таких же одиниць на місцевості, переведіть метри у міліметри:

$$L = \underline{\hspace{2cm}} \text{ мм}$$

- для встановлення знаменника масштабу використовуйте формулу: $\frac{1}{M} = \frac{l}{L} \Rightarrow M = \frac{L}{l}$

$$M = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \quad \text{тобто} \quad \frac{1}{M} = \frac{1}{\quad}$$

Пам'ятайте, що знаменник масштабу – ціле число, що кратне 100!

4.2. На карті проміряні 5 відрізків. Встановіть їх довжину на місцевості L_i (м), якщо масштаб карти M , а довжини відрізків l_i (см).

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	1:5000	1:10 000	1:25 000	1:50 000	1:100 000	1:200 000	1:250 000	1:500 000	1:25 000	1:50 000
l_1 (см)	17,8	18,6	11,7	14,8	15,8	10,3	13,1	12,6	19,2	18,4
l_2 (см)	3,8	4,6	7,1	5,5	2,9	6,3	8,7	2,2	2,1	6,5
l_3 (см)	25,3	26,8	21,4	21,5	27,1	22,9	20,5	23,8	25,8	29,3
l_4 (см)	30,5	38,6	33,5	39,1	36,6	32,5	35,2	34,9	31,6	37,1
l_5 (см)	0,5	0,2	0,3	0,8	0,4	0,7	0,6	0,1	0,9	0,8

- використовуючи **правило двох нулів** перерахуйте довжини відрізків на карті, у довжини відповідних відрізків на місцевості за формулою: $L_i = l_i * M / 100$.

$$L_1 = \quad * \quad = \quad \text{м}; \quad L_2 = \quad * \quad = \quad \text{м};$$

$$L_3 = \quad * \quad = \quad \text{м}; \quad L_4 = \quad * \quad = \quad \text{м};$$

$$L_5 = \quad * \quad = \quad \text{м}.$$

4.3. Встановіть, яку довжину на місцевості L_i матимуть відрізки довжини l на карті/плані у масштабах, що відповідають масштабному ряду.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l (мм)	16,3	18,1	19,2	11,7	13,5	12,8	14,4	10,6	15,1	17,6

- використовуючи **правило трьох нулів** встановити довжини за формулою $L_i = l_i * M / 1000$:
для масштабу 1:100 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:200 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:500 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:1000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:2000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:5000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м}$

для масштабу 1:10 000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:25 000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м};$

для масштабу 1:50 000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м}.$

для масштабу 1:100 000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м}.$

для масштабу 1:200 000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м}.$

для масштабу 1:500 000 довжина на місцевості складе $L_i = l_i * M / 1000 = \quad \text{м}.$

4.4. Встановіть величину відносної похибки $f_{відн}$ і охарактеризуйте точність полігонометричних робіт, якщо абсолютна похибка $f_{абс}$ і периметр полігону ΣS . Згідно **Інструкції з топографічного знімання ГКНТА-2.04-02-98** відносна похибка ходу полігонометрії: III класу – не менше 1/50000, IV класу – не менше 1/25000, 1 розряду – не менше 1/10000, 2 розряду – не менше 1/5000.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_{абс}$ (мм)	224,8	86,7	180,4	514,3	348,6	331,4	224,8	89,4	197,6	320,7
ΣS (м)	3128,567	3204,756	3716,589	3090,562	3467,852	3357,067	3162,964	3555,627	3624,966	3234,751

- привести значення периметру полігону до міліметрів

$$\Sigma S = \text{_____} \text{ м} = \text{_____} \text{ мм};$$

- встановити знаменник відносної похибки за формулою: $f_{відн} = \frac{1}{ЗНАМ} = \frac{f_{абс}}{\Sigma S} \Rightarrow ЗНАМ = \frac{\Sigma S}{f_{абс}}$.

Пам'ятайте, що знаменник відносної похибки ЗАВЖДИ ЦІЛЕ ЧИСЛО!

$$f_{відн} = \frac{1}{ЗНАМ} = \frac{f_{абс}}{\Sigma S} \Rightarrow ЗНАМ = \frac{\Sigma S}{f_{абс}} = \text{_____} = \text{_____}$$

- пам'ятаючи, що **чим більше знаменник, тим менший дріб,** порівняйте показник із вимогами **Інструкції** і зробіть висновки щодо віднесення даних полігонометричних робіт до певного класу точності. Випишіть у інтервалі ліворуч і праворуч граничні значення із вимог **Інструкції**, а по центру – отримане значення знаменника:

$$\text{_____} < \text{_____} < \text{_____};$$

тобто, дані роботи відносяться до полігонометрії _____.

4.5. Розрахуйте максимально допустиме значення абсолютної похибки $f_{абс}$, яке дозволить віднести полігонометричні роботи із завдання 4.4. до полігонометрії 1 розряду ($f_{відн} < 1/10000$).

- для досягнення точності полігонометрії 1 розряду $f_{відн} < 1/10000$ абсолютна похибка має скласти:

$$f_{відн} = \frac{1}{ЗНАМ} = \frac{f_{абс}}{\Sigma S} \Rightarrow f_{абс} = \frac{\Sigma S(м)}{ЗНАМ(Інстр)} \quad f_{абс} = \frac{\Sigma S(м)}{10000} = \text{_____} \text{ м} = \text{_____} \text{ мм}$$

3. Операції із кутовими величинами

Теоретична частина:

1. Міри кутових величин.

Градусна міра кута.

Традиційно для геодезії кути вимірюють у кутових градусах, хвилинах і секундах. При цьому, кожен із градусів ділиться на 60 хвилин, кожна з хвилин на 60 секунд. Градуси позначаються значком $^{\circ}$, наприклад, 37° , хвилини штрихами $'$, наприклад $27,8'$, а секунди подвійними штрихами $''$, наприклад $08,3''$. Градус (латиною «крюк») – центральний кут відповідний $1/360$ частини кола.

Градус $1^{\circ} = 60' = 3600'' = 1/360$ кола,

Хвилина $1' = 60'' = 1/21\ 600$ кола,

Секунда $1'' = 1/77\ 760\ 000$ кола.

Радіанна міра кута.

Радіан - центральний кут, що відповідає дузі кола рівній його радіусу:

$$\varphi_{\text{рад}} = s / R \quad (s = \varphi_{\text{рад}} R, R = s / \varphi_{\text{рад}})$$

Зв'язок градусної міри із радіанами: в одному радіані

число градусів $\rho^{\circ} = 180 / \pi = 57,29577951^{\circ}$;

число хвилин $\rho' = \rho^{\circ} * 60 = 3437,746771'$;

число секунд $\rho'' = \rho' * 60 = 206264,8063''$.

Число гонів в одному радіані $\rho^G = 200G / \pi$.

На сучасних інженерних МК присутні три варіанта відображення кутів:

- *DEG* - для обчислень в градусах,
- *RAD* - в радіанах,
- *GRAD* - в гонах.

Годинна міра кута.

В астрономічній і супутниковій геодезії кути вимірюються у часових величинах: годинах, хвилинах і секундах. Це пов'язане з кутовою швидкістю осьового обертання Землі, яка робить приблизно 1 оберт за 24 години. Отже, за одну годину (хвилину, секунду) часу небесна сфера «повертається» приблизно на 1 годину (хвилину, секунду) у кутовій мірі.

Повне коло в цьому випадку являє собою 24 години.

Година $1^h = 60^m = 3600^s = 1/24$ кола,

Хвилина $1^m = 60^s = 1/1\ 440$ кола,

Секунда $1^s = 1/86\ 400$ кола

У геодезії проводять різноманітні операції із кутовими величинами. В основі більшої частини цих операцій лежить перетворення (перерахунок) кутової величини із одної форми в іншу. Найчастіше проводяться операції із перетворення кута у градусах, хвилинах і секундах в градуси, десятки, соті і тисячні..., тобто кут перетворюється на десятковий дріб. У більшості випадків кут заокруглюється **до 6 знаків після коми**. У загальному вигляді ця операція може бути представлена так:

$$GGG\ mm\ ss,s \rightarrow GGG,gggggg$$

Перетворення проводять іззаду – наперед, починаючи від секунд за наступним алгоритмом:

Дії	Дисплей	$^{\circ}$	$'$	$''$
		42	08	55,1
Ділять секунди на 60	55,1:60=0,9183333333			0,918333
Додають хвилини	0,9183333333*60=8,9183333333		8,918333	
Ділять отримане число на 60	8,9183333333:60=0,1486388889			
Додають градуси	0,1486388889*60+42=42,148638889	42,148639		

Кут $42^{\circ}08'55,1''$ перетворений на десятковий дріб $42,148639^{\circ}$

Під час обробки результатів геодезичних вимірювань необхідно надати кут у звичайній (градуси, хвилини, секунди) формі. Тобто, треба провести зворотній перерахунок:

$$GGG,gggggg \rightarrow GGG\ mm\ ss,s$$

Перетворення проводять спереду назад: починають від градусів, переходять до минут і секунд.

Дії	Дисплей	Значення		
		357,421893°		
Зі значення виймають і списують градуси		357		
Отримане число множать на 60	0,420893*60=25,25358			
Зі значення виймають і списують минути	25,31358-25=0,31358		25	
Отримане число множать на 60	0,31358*60=18,8148			
Число заокруглюють по потребі до цілих або десятих	18,8			18,8
	<i>Результат</i>	357°	25'	18,8''

Кут у вигляді десяткового дробу **357,421893°** перетворений на **357°25'18,8''**

Комп'ютерна обробка іноді вимагає перетворення кута із **градусної міри в радіанну**. Для цього кут попередньо переводять у десятичний дріб, а потім у радіани. У загальному вигляді ця операція буде такою:

$$GGG\ mm\ ss,s \rightarrow GGG,gggggg \rightarrow R,rrrrrr$$

Зворотній перехід здійснюється за схемою:

$$R,rrrrrr \rightarrow GGG,gggggg \rightarrow GGG\ mm\ ss,s$$

Для отримання значення кута у градусах його значення у радіанах множиться на відповідний коефіцієнт ρ .

$$0,5169873*57,29577951^\circ = 29,62119035^\circ = 29^\circ 37' 16,3''$$

При перерахунку градусної міри кута у годинну використовують коефіцієнт переходу **15**. Цей коефіцієнт пояснюється тим, що повне коло складає **360°** або **24^h**. А **360/24=15°/h**. Для цілих значень перерахунок годин у градуси здійснюється множенням на 15 наприклад: **4^h = 4*15=60°**. Для більш точних значень перехід здійснюється за схемою:

$$GGG\ mm\ ss \rightarrow GGG,gggggg \rightarrow HH,hhhhhh \rightarrow HH\ mm\ ss$$

Слід зазначити, що переведення кута у годинній формі з формату **HH mm ss** у формат десяткового дробу **HH,hhhhhh** здійснюється за тим же алгоритмом, що і переведення кута у градусній формі.

$$300^\circ 30' 36'' = 300,510076^\circ \rightarrow 300,510076^\circ / 15 = 20,03400507^h = 20^h 02^m 02^s$$

Зворотній перехід проводять за схемою:

$$HH\ mm\ ss \rightarrow HH,hhhhhh \rightarrow GGG,gggggg \rightarrow GGG\ mm\ ss$$

$$12^h 49^m 48,1^s = 12,830014^h \rightarrow 12,830014^h * 15 = 192,450210^\circ = 192^\circ 27' 00,8''$$

Частіше всього горизонтальні кути вимірюються у градусній мірі і записуються у форматі **GGG mm ss,s**. Наприклад **127 23'31,8''**.

Але рахувати кути в такому вигляді на звичайному калькуляторі або комп'ютері не можна – треба пам'ятати, що в 1 градусі – 60 минут, а в 1 минуті – 60 секунд. Слід також пам'ятати, що горизонтальні кути не можуть перебільшувати **360°**. Якщо сума кутів буде більшою – з них треба вийняти повне коло (**360°**) Тому кути складаються і виймаються по частинах з кінця – у початок: секунди, потім – минути, потім – градуси, і як потрібно – виймається повне коло.

	°	'	"
	127	23	31,8
+	289	47	55,3
	416=360+56	70=60+10	87,1=60+27,1
		+1	+1'
	56+1	←60'=1	←60"=1'
Результат	57	11	27,1

Аналогічні дії проводять при вийманні кутів. При цьому, якщо у мінутах або у секундах зменшуване менше від від'ємника, то із цифри старшого рангу (градусів – для минут і минут – для секунд) виймається одиниця, яка перетворюється на 60 цифр меншого рангу. Слід пам'ятати, що горизонтальні кути не можуть бути від'ємними. Якщо у зменшуваному **число градусів** менше від від'ємника, то до зменшуваного додається 360 градусів.

4. Операції із вертикальними кутами в геодезії.

На відміну від горизонтальних, вертикальні кути можуть бути від'ємними. Слід пам'ятати, що абсолютні значення (величини) вертикальних кутів ростуть до 90 і потім зменшуються. Так, якщо при додаванні або вийманні двох вертикальних кутів утвориться кут, більший за абсолютним значенням ніж 90°, із результату необхідно забрати 90°. Подивимося, як це можна зробити порангово. Обчислення проводяться **ізаду – наперед**:

$$+67^{\circ}25'+39^{\circ}57'=(25'+57')+(67^{\circ}+39^{\circ})=+82'+106^{\circ}=+(60'+22')+(90^{\circ}+16^{\circ})=+17^{\circ}22'$$

Зверніть увагу на те, що вертикальні кути як правило **пишуться зі знаками!**

При опрацювання вертикальних кутів на калькуляторі, зручніше використовувати форму запису кута у вигляді десяткового дробу: **GGG,gggggg**.

5. Зв'язок між вертикальним кутом і ухилом лінії.

Ухил лінії AB i_{AB} – це відношення перевищення h_{AB} між її початковою і кінцевою точками до горизонтального прокладення D_{AB} між ними. У прямокутному трикутнику перевищення h_{AB} між точками A і B – це є протилежний катет прямокутного трикутника, а горизонтальне прокладення (проекція) D_{AB} – це прилеглий катет. Отже, ухил лінії AB – це тангенс її кута нахилу v , тобто

$$i = \operatorname{tg} v = \frac{h}{D}$$

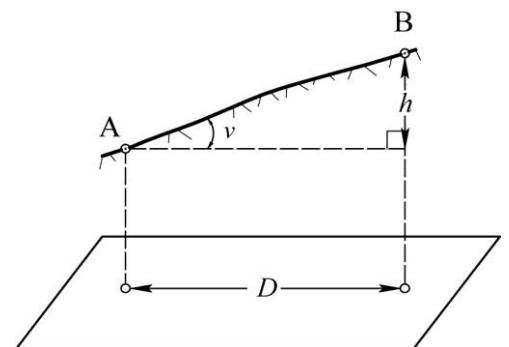
Залежно від знаку перевищення ухил може бути додатним або від'ємним. Ухил i виражають у скалярних величинах, у відсотках (%) або проміле (‰):

Для прикладу визначимо ухил для вертикального кута $v = -6^{\circ}07'11,3''$

i_{AB} – ухил лінії AB як **скалярна величина** – тангенс кута нахилу $i = \operatorname{tg} v = -0,107219$

$i\%$ – ухил лінії, виражений у **відсотках** – сотих частках одиниці

$i\%$ – ухил лінії, виражений у **проміле** – тисячних частках одиниці



$$i = -10,7219\%$$

$$i = -107,219\text{‰}$$

Хід роботи:

1. Операції із горизонтальними кутами

1.1. Підготуйте виміряні кути β_i для подальшого математичного обробітку шляхом перетворення їх у вигляд десяткового дробу із заокругленням до 6 знаків після коми.

- для перерахунку кутів із порангової (градуси-минуты-секунды) форми у десяткову до градусів **GGG** додайте минути mm , розділені на 60, і до них – секунди ss , розділені на 3600:

$$GGG, gggggg = GGG + \frac{mm}{60} + \frac{ss}{3600}$$

Варіанти	Горизонтальні кути																				
	β_1			β_2			β_3			β_4			β_5			β_6			β_7		
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	6	25	23	61	59	37	120	00	54	244	12	33	300	28	28	306	25	23	0	05	35
2	8	00	41	84	43	01	157	33	23	298	51	08	300	31	30	347	00	41	0	04	12
3	4	37	29	90	37	19	181	40	34	283	15	30	300	00	34	319	37	29	0	03	19
4	9	59	31	21	42	28	146	28	28	260	00	54	300	12	17	303	59	35	0	02	28
5	2	46	30	35	00	30	119	31	30	252	25	23	300	14	30	359	46	30	0	06	03
6	5	34	07	48	32	37	122	59	33	237	00	41	300	27	01	340	34	07	0	07	37
7	6	12	33	54	08	42	169	12	17	214	37	29	300	05	45	316	00	33	0	08	42
8	3	51	08	37	00	54	176	14	30	209	59	37	300	18	54	355	57	08	0	09	54
9	7	00	30	42	45	30	139	27	01	212	46	30	300	33	23	328	15	30	0	00	32
10	1	06	54	56	11	56	105	05	45	257	34	07	300	00	34	313	06	54	0	01	43

$\beta_1 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$; $\beta_2 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$;

$\beta_3 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$; $\beta_4 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$;

$\beta_5 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$; $\beta_6 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$;

$\beta_7 = \underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}'' = \underline{\quad}$.

1.2. Додайте значення кутів β_1 і β_2 із завдання 1.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$\beta_1 + \beta_2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$;

- для представлення кута у формі градуси-минуты-секунди дійте за схемою:

а) спишіть цілі градуси $\underline{\quad}^\circ$;

б) для визначення минут від значення кута у градусній формі вийміть градуси і різницю помножьте на 60: $MM,mmmmmm \rightarrow (GGG,gggggg - GGG)*60$.

в) спишіть цілі минути $\underline{\quad}'$;

г) для визначення секунд від добутку вийміть цілі минути і різницю помножьте на 60: $ss \rightarrow (MM,mmmmmm - MM)*60$.

в) спишіть цілі секунди, попередньо заокругливши їх до цілих $\underline{\quad}''$.

Сума кутів $\beta_1 + \beta_2$ складе $\underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}''$.

1.3. Додайте значення кутів β_5 і β_6 із завдання 1.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунди. Пам'ятайте, якщо при складанні двох кутів сума перебільшує 360° , то із суми треба вийняти повне коло - 360° .

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$\beta_5 + \beta_6 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$;

- для представлення кута у формі градуси-минуты-секунди дійте за схемою:

а) спишіть цілі градуси $\underline{\quad}^\circ$;

б) для визначення минут від значення кута у градусній формі вийміть градуси і різницю помножьте на 60: $MM,mmmmmm \rightarrow (GGG,gggggg - GGG)*60$.

в) спишіть цілі минути $\underline{\quad}'$;

г) для визначення секунд від добутку вийміть цілі минути і різницю помножьте на 60: $ss \rightarrow (MM,mmmmmm - MM)*60$.

в) спишіть цілі секунди, попередньо заокругливши їх до цілих $\underline{\quad}''$.

Сума кутів $\beta_5 + \beta_6$ складе $\underline{\quad}^\circ \underline{\quad}' \underline{\quad}''$.

1.4. Отримайте різницю кута β_4 і β_3 із завдання 1.1. Перерахуйте різницю у форму градуси-минути-секунди.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_4 - \beta_3 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте кут у формі градуси-минути-секунди:

Різниця кутів $\beta_4 - \beta_3$ складе $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$.

1.5. Отримайте різницю кута β_3 і β_4 із завдання 1.1. Пам'ятайте, що при вийманні із меншого горизонтального кута більшого, до меншого треба попередньо додати повне коло - 360° . Перерахуйте різницю у форму градуси-минути-секунди. Порівняйте різниці $\beta_4 - \beta_3$ і $\beta_3 - \beta_4$.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_3 - \beta_4 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте різницю у формі градуси-минути-секунди:

Різниця кутів $\beta_3 - \beta_4$ складе $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$;

- порівняйте різниці із завдань 1.4. і 1.5.

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

1.6. Вийміть із кута β_6 різницю кутів β_5 і β_7 із завдання 1.1. Перерахуйте результат у форму градуси-минути-секунди.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_6 - (\beta_5 - \beta_7) = \underline{\hspace{2cm}} - (\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте різницю у формі градуси-минути-секунди:

Різниця кутів $\beta_6 - (\beta_5 - \beta_7)$ складе $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$;

1.7. Обчисліть добуток кута β_7 із завдання 1.1. на скаляр k . Перерахуйте результат у форму градуси-минути-секунди.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3

- помножьте значення кута на коефіцієнт: $\beta_7 * k = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$

- представте результат у градусах-минутах-секундах $\beta_7 * k = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$.

1.8. Обчисліть суму кутів β_i із завдання 1.1. Результат представте у формі градуси-минути-секунди. Пам'ятайте, що при додаванні **декількох горизонтальних кутів** виймати із суми 360° не обов'язково.

$$\Sigma \beta_i = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$+ \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$$

2. Операції із вертикальними кутами.

1.1. Під час тригонометричного нівелювання вперед отримані значення вертикальних кутів v_i . Підготуйте виміряні кути v_i для подальшого математичного обробітку шляхом перетворення їх у вигляд десяткового дробу із заокругленням до 6 знаків після коми.

- для перерахунку кутів із порангової (градуси-минути-секунди) форми у десяткову до градусів $G G G$ додайте минути $m m$, розділені на 60, і до них – секунди $s s$, розділені на 3600:

$$G G G, g g g g g g = G G G + \frac{m m}{60} + \frac{s s}{3600}$$

Пам'ятайте, що при вертикальних кутах завжди пишуться знаки «+» або «-»!

Варіанти	Вертикальні кути																				
	v_1			v_2			v_3			v_4			v_5			v_6			v_7		
	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
1	+5	12	33	+5	08	43	+0	52	17	-0	37	29	-4	05	45	-6	00	33	+0	01	42
2	+3	51	08	+7	00	53	+0	44	30	-0	29	37	-2	18	54	-7	57	08	+0	02	54
3	+1	00	29	+9	45	30	+0	37	01	-0	16	27	-4	33	23	-6	15	30	+0	03	32
4	+0	46	28	+10	00	30	+0	31	31	-0	25	23	-5	54	29	-4	58	27	+0	01	03
5	+1	34	07	+8	32	37	+0	59	34	-0	05	41	-4	27	01	-5	34	07	+0	03	37
6	+2	59	31	+7	42	28	+0	28	28	-0	08	54	-1	18	17	-8	59	35	+0	02	28
7	+3	37	29	+6	37	19	+0	40	34	-0	15	30	-2	30	34	-7	37	29	+0	01	19
8	+4	06	55	+6	11	56	+0	47	45	-0	34	07	-3	06	34	-7	06	53	+0	02	43
9	+1	25	20	+8	59	37	+0	45	56	-0	12	33	-8	28	28	-2	25	23	+0	03	35
10	+0	57	41	+9	43	01	+0	33	23	-0	11	08	-5	31	30	-4	33	41	+0	02	12

$$v_1 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}; \quad v_2 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____};$$

$$v_3 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}; \quad v_4 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____};$$

$$v_5 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}; \quad v_6 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____};$$

$$v_7 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}.$$

2.2. Додайте значення кутів v_1 і v_2 із завдання 2.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$$v_1 + v_2 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____};$$

Сума кутів $v_1 + v_2$ складе _____[°] _____' _____''.

2.3. Додайте значення кутів v_5 і v_6 із завдання 2.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$$v_5 + v_6 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____};$$

Сума кутів $v_5 + v_6$ складе _____[°] _____' _____''.

2.4. Отримайте суму кутів v_3 і v_4 із завдання 2.1. Перерахуйте різницю у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$v_3 + v_4 = \text{_____} - \text{_____} = \text{_____};$$

- представте кут у формі градуси-минуты-секунди:

Сума кутів $v_3 + v_4$ складе _____[°] _____' _____''.

2.5. Отримайте різницю кутів v_3 і v_4 із завдання 2.1. Перерахуйте різницю у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$v_3 - v_4 = \text{_____} - \text{_____} = \text{_____};$$

- представте різницю у формі градуси-минуты-секунди:

Різниця кутів $v_3 - v_4$ складе _____[°] _____' _____'';

2.6. Вийміть із кута v_5 різницю кутів v_6 і v_7 із завдання 2.1. Перерахуйте результат у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$v_5 - (v_6 - v_7) = \underline{\hspace{2cm}} - (\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- представте різницю у формі градуси-минуты-секунди:

$$\text{Різниця кутів } v_5 - (v_6 - v_7) \text{ складе } \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'';$$

2.7. Обчисліть добуток кута v_7 із завдання 2.1. на скаляр k . Перерахуйте результат у форму градуси-минуты-секунди.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	-2	-3	-4	-1	-3	-4	-2	-1	-2	-3

- помножьте значення кута на коефіцієнт: $v_7 * k = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$

- представте результат у градусах-минутах-секундах $v_7 * k = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$

2.8. Обчисліть суму кутів v_i із завдання 2.1. Результат представте у формі градуси-минуты-секунди.

$$\Sigma v_i = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$$

3. Перерахунок кутівих величин у інші вимірники.

3.1. Для подальшого математичного обробітку представте горизонтальний кут β у радіанній формі.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
β	217°21'14,8"	314°37'25,6"	210°53'34,7"	315°04'47,5"	216°38'22,4"	319°29'07,5"	212°33'46,1"	313°56'05,9"	215°15'25,8"	311°42'08,7"

- представте кут у формі десяткового дробу із 6 знаками після коми: $\beta = \underline{\hspace{2cm}};$

- представте кут у радіанах, поділивши кут β на $\rho^\circ = 57,29577951^\circ$: $\beta^\rho = \underline{\hspace{2cm}}.$

3.2. Представте горизонтальний кут β із завдання 3.1. у годинній формі. Значення заокругліть до сотих секунд.

- для переводу горизонтального кута у годинну форму поділіть значення кута β на 15, і отримане значення переведіть у години-хвилини-секунди за стандартною схемою:

$$\beta^{hms} = \beta^{GGG,ggggg} / 15 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^h \underline{\hspace{1cm}}^m \underline{\hspace{1cm}}^s.$$

3.3. Представте часовий кут t у градусній формі.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	21 ^h 21 ^m 14 ^s	23 ^h 18 ^m 18 ^s	20 ^h 51 ^m 34 ^s	19 ^h 37 ^m 09 ^s	22 ^h 27 ^m 25 ^s	18 ^h 36 ^m 53 ^s	20 ^h 07 ^m 05 ^s	21 ^h 34 ^m 13 ^s	22 ^h 30 ^m 47 ^s	23 ^h 55 ^m 54 ^s

- представте кут t у формі десяткового дробу із 6 знаками після коми: $t^h = \underline{\hspace{2cm}};$

- представте кут у градусах, помноживши кут t на 15° : $t^\circ = \underline{\hspace{2cm}};$

- переведіть кут t у градуси-минуты-секунди $t = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$

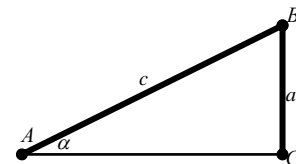
4. Операції із тригонометричними функціями.

Теоретична частина:

Співвідношення між сторонами прямокутного трикутника утворюють основні тригонометричні функції. Ці функції визначаються як відношення двох сторін та кута трикутника. Наведемо шість базових тригонометричних функцій. Останні чотири визначаються через перші дві.

- **синус ($\sin \alpha$)** Синусом кута називається відношення довжини протилежного катета до довжини гіпотенузи:

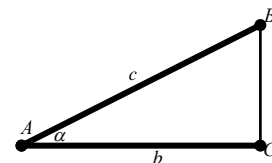
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{|BC|}{|AB|}$$



Значення синуса знаходяться у межах: $-1 \leq \sin \alpha \leq +1$.

- **косинус ($\cos \alpha$)** Косинусом кута називається відношення довжини прилеглого катета до довжини гіпотенузи:

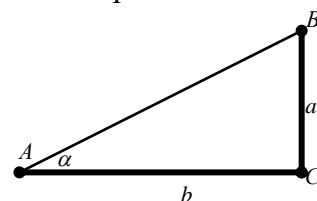
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{|AC|}{|AB|}$$



Значення косинуса знаходяться у межах: $-1 \leq \cos \alpha \leq +1$.

- **тангенс ($\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$)** Тангенсом кута називається відношення довжини протилежного катета до довжини прилеглого катета

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{|BC|}{|AC|}$$



Значення тангенса знаходяться у межах: $-\infty < \operatorname{tg} \alpha < +\infty$.

Пам'ятайте, що значення тангенса для 90° і 270° не встановлені!

- **котангенс ($\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$)** Котангенсом кута називається відношення довжини прилеглого катета до довжини протилежного катета. Котангенс – величина зворотна до тангенсу:

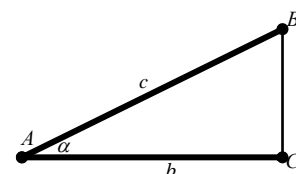
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Значення котангенса знаходяться у межах: $-\infty < \operatorname{ctg} \alpha < +\infty$.

Пам'ятайте, що значення котангенса для 0° , 90° , 180° і 270° не встановлені!

- **секанс ($\sec \alpha = 1 / \cos \alpha$)** Секансом кута називається відношення довжини гіпотенузи до довжини прилеглого катета. Секанс – величина зворотна до косинусу:

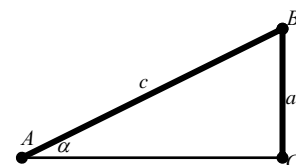
$$\sec \alpha = \frac{c}{b} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{1}{\cos \alpha}$$



Пам'ятайте, що значення секанса для 90° і 270° не встановлені!

- **косеканс ($\operatorname{cosec} \alpha = 1 / \sin \alpha$)** Косекансом кута називається відношення довжини гіпотенузи до довжини протилежного катета. Косеканс – величина зворотна до синусу:

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{c}{a} = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{1}{\sin \alpha}$$



Значення косекансу знаходяться у межах: $-\infty < \sec \alpha < +\infty$.

Пам'ятайте, що значення секанса для 0° і 180° не встановлені!

Теорема Піфагора – одна із базових теорем евклідової геометрії та геодезії. Вона встановлює співвідношення, яке дає змогу визначити довжину сторони прямокутного трикутника, знаючи довжини двох інших сторін. Відповідно, в алгебраїчній інтерпретації теорему можна сформулювати так: **У прямокутному трикутнику сума квадратів катетів дорівнює квадрату гіпотенузи.**

2. Обернені тригонометричні функції.

Обчисліть значення кутів по значеннях їх тригонометричних функцій a , b , c , d , якщо a – синус кута β_1 , b – косинус кута β_2 , c – тангенс кута β_3 , а d – котангенс кута β_4 . Значення кутів надати у формі градуси-минути-секунди і заокруглити до цілих секунд.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	0,769324	0,703658	0,710368	0,783628	0,772234	0,736841	0,756891	0,728405	0,796831	0,746273
b	0,276308	0,236183	0,259431	0,229764	0,201518	0,265194	0,215478	0,285083	0,296743	0,246701
c	0,165392	0,196653	0,176427	0,121314	0,159284	0,106648	0,136485	0,148306	0,118372	0,182064
d	0,843097	0,895534	0,814467	0,830059	0,857724	0,871163	0,882261	0,829912	0,864438	0,808834

- рішення завдання проведіть у табличній формі. Робочі значення заокругліть до 6 знаків після коми.

- для визначення арккотангенса ($\text{arcctg } d$) на інженерному калькуляторі попередньо від величини d отримайте величину $d' = 1/d$, від якої і треба взяти арктангенс ($\text{arctg } d'$).

$$\text{Тобто: } \text{arcctg } d = \text{arctg } d'.$$

a		b			c			d		
$\arcsin a =$		$\arccos b =$			$\text{arctg } c =$		$\text{arcctg } d =$			
β_1		β_2			β_3			β_4		
°	'	°	'	"	°	'	"	°	'	"

3. Рішення прямої геодезичної задачі.

Пряма геодезична задача передбачає визначення координат другої точки X_2 і Y_2 по координатах першої точки X_1 і Y_1 , дирекційному куту α_{1-2} і горизонтальному прокладенні лінії S_{1-2} між ними. Робочі значення заокруглювати до 6 знаків після коми. Значення приростків і координат – до 3 знаків після коми.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	5147,235	6257,394	7304,518	8461,008	9534,364	5919,764	6832,556	7707,841	8613,114	9597,028
Y_1	1354,227	2461,951	3565,003	4697,437	5007,359	1929,673	2808,051	3794,640	4646,932	5574,191
α_{1-2}	213°49'02"	218°32'12"	215°52'28"	219°31'34"	217°39'06"	214°45'23"	219°38'51"	216°43'48"	211°27'34"	214°04'53"
S_{1-2}	218,516	247,006	283,637	210,308	254,691	271,607	255,910	260,641	224,650	276,315

- переведіть значення дирекційного кута α_{1-2} у форму десяткового дробу: $\alpha_{1-2} =$ _____;

- встановіть значення $\sin \alpha_{1-2}$ і $\cos \alpha_{1-2}$: $\sin \alpha_{1-2} =$ _____; $\cos \alpha_{1-2} =$ _____;

- обчисліть прирісток абсцис за формулою: $\Delta X_{1-2} = S_{1-2} * \cos \alpha_{1-2}$ $X_{1-2} =$ _____;

- обчисліть прирісток ординат за формулою: $\Delta Y_{1-2} = S_{1-2} * \sin \alpha_{1-2}$ $Y_{1-2} =$ _____;

- обчисліть абсцису за формулою: $X_2 = X_1 + \Delta X_{1-2}$ $X_2 =$ _____;

- обчисліть ординату за формулою: $Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{1-2}$ $Y_2 =$ _____.

4. Рішення оберненої геодезичної задачі.

Обернена геодезична задача передбачає визначення дирекційного кута α_{1-2} і горизонтального прокладення лінії S_{1-2} по координатах пари точок X_1 і Y_1 та X_2 і Y_2 . Робочі значення заокруглювати до 6 знаків після коми. Значення приростків координат – до 3 знаків після коми. Значення кутів – до десятих секунди.

(м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	6832,556	7707,841	8613,114	9597,028	6292,644	7395,004	8415,642	9602,637	5806,999	5147,235
Y_1	2953,007	3794,64	4746,932	5574,191	2578,631	3581,167	4707,995	5152,533	1887,105	1354,227
X_2	6903,653	7797,458	8783,401	9613,843	6357,394	7304,518	8361,008	9534,364	5719,764	5043,681
Y_2	2816,634	3705,462	4695,863	5445,888	2461,951	3665,003	4797,437	5207,359	1929,673	1413,009

- обчисліть прирісток абсцис за формулою: $\Delta X_{1-2} = X_2 - X_1$ $\Delta X_{1-2} =$ _____;

- обчисліть прирісток ординат за формулою: $\Delta Y_{1-2} = Y_2 - Y_1$ $\Delta Y_{1-2} =$ _____;

- обчислити горизонтальне прокладення лінії S_{1-2} за формулою:

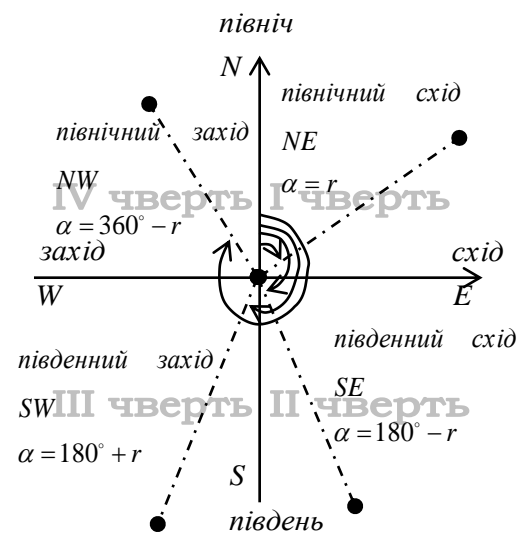
$$S_{1-2} = \sqrt{\Delta X_{1-2}^2 + \Delta Y_{1-2}^2} \quad S_{1-2} = \sqrt{\text{_____} + \text{_____}} = \text{_____ м};$$

- встановити значення румбічного кута r_{1-2} за формулою:

$$r_{1-2} = \arctg \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad r_{1-2} = \arctg \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____};$$

- встановити чверть, залежно від знаків приростків координат ΔX та ΔY :

- якщо $\Delta X > 0$ і $\Delta Y > 0$ – 1 чверть, ПнС або NE;
- якщо $\Delta X < 0$ і $\Delta Y > 0$ – 2 чверть, ПдС або SE;
- якщо $\Delta X < 0$ і $\Delta Y < 0$ – 3 чверть, ПдЗ або SW;
- якщо $\Delta X > 0$ і $\Delta Y < 0$ – 4 чверть, ПнЗ або NW.



Чверть _____ Румб $r_{1-2} =$ _____ ° ' _____ ";

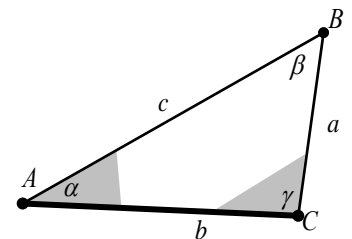
- відповідно до чверті встановити значення дирекційного кута α_{1-2} :

- якщо 1 чверть, ПнС або NE – дирекційний кут $\alpha_{1-2} = r_{1-2}$;
- якщо 2 чверть, ПдС або SE – дирекційний кут $\alpha_{1-2} = 180^\circ - r_{1-2}$;
- якщо 3 чверть, ПдЗ або SW – дирекційний кут $\alpha_{1-2} = 180^\circ + r_{1-2}$;
- якщо 4 чверть, ПнЗ або NW – дирекційний кут $\alpha_{1-2} = 360^\circ - r_{1-2}$.

Дирекційний кут лінії $\alpha_{1-2} =$ _____ ° ' _____ ".

5. Рішення трикутника за теоремою синусів.

Встановити значення сторін a і c трикутника, якщо відомі значення його кутів α і γ та сторони b між ними.



	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$b(м)$	86,612	84,008	81,997	85,304	88,007	80,996	82,764	89,110	83,609	87,554
γ	72°08'16"	68°30'37"	69°55'05"	70°24'41"	67°13'49"	69°44'13"	72°21'05"	70°47'56"	69°05'15"	68°50'27"
α	39°11'34"	37°39'06"	40°49'02"	32°32'12"	34°04'53"	38°52'28"	34°45'23"	39°38'51"	36°43'48"	33°27'34"

- встановіть значення кутів α і γ у формі десяткового дробу:

$$\alpha = \text{_____} \quad \gamma = \text{_____};$$

- встановіть значення кута β за формулою: $\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$

$$\beta = \text{_____}; \quad \beta = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''.$$

- обрахуйте синуси кутів трикутника:

$$\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \sin \beta = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \sin \gamma = \underline{\hspace{2cm}};$$

- за теоремою синусів визначить сторони a і c трикутника:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow a = \frac{b * \sin \alpha}{\sin \beta} \quad a = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow c = \frac{b * \sin \gamma}{\sin \beta} \quad c = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

6. Рішення трикутника за теоремою косинусів.

У трикутнику відомі дві сторони b і c , і кут α між ними. Розрахувати сторону a і кути β і γ .

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$b(\text{м})$	88,997	81,304	83,007	82,996	87,764	85,11	89,609	82,554	84,159	80,608
$c(\text{м})$	70,764	71,11	72,609	73,554	74,859	77,608	75,997	76,304	78,007	72,096
α	39°11'34"	37°39'06"	35°49'02"	32°32'12"	34°04'53"	38°52'28"	34°45'23"	39°38'51"	36°43'47"	38°27'34"

- встановіть значення кута α у формі десяткового дробу: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}};$

- обрахуйте косинус кута α : $\cos \alpha = \underline{\hspace{2cm}};$

- обчисліть довжину сторони a за теоремою косинусів: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos \alpha$

$$a^2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- використовуючи теорему косинусів встановити значення кутів β і γ трикутника:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}$$

$$\cos \beta = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\beta = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \beta = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}$$

$$\cos \gamma = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \gamma = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$$

- проконтролюйте обчислені кути по формулі суми кутів трикутника: $\Sigma_{\text{трик}} = \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

$$\Sigma_{\text{трик}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$$

Література

1. Романчук С.В., Кирилюк В.П., Шемякін М.В. Геодезія. Навчальний посібник. Умань: Уманський ДАУ. 2008. 294 с.
2. Остапчук С.М., Романчук С.В. Камеральні геодезичні роботи. Рівне: УПВГ, 1994. 126 с.
3. Третьяк А.М. Наукові основи землеустрою. К.: ТОВ ЦЗРУ, 2002. 342 с.
4. Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. М., 1989. 286 с.