

*МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ І ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ  
УМАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ САДІВНИЦТВА  
Факультет лісового і садово-паркового господарства*

Кафедра геодезії, картографії та кадастру

*Прокопенко Н.А., Шемякін М.В., Кононенко С.І., Рудий Р.М., Іванчук О.М.,  
Кисельов Ю.О., Удовенко І.О., Боровик П.М.*

## **ОСНОВИ ФАХОВОЇ ПІДГОТОВКИ**

*Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи  
студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій*

*Умань – 2024*

*Прокопенко Н.А., Шемякін М.В., Кононенко С.І., Рудий Р.М., Іванчук О.М., Кисельов Ю.О., Удовенко І.О., Боровик П.М. Основи фахової підготовки // Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи студентам спеціальності 193 геодезія та землеустрій. Умань: Уманський НУС, 2022. 56 с.*

*Рецензенти: Шлапак В.П – доктор с.-г. наук, професор (Уманський НУС)  
Козаченко І.В. – кандидат с.-г наук, доцент (Уманський НУС)*

Розглянуто та рекомендовано для практичного використання кафедрою геодезії, картографії і кадастру (протокол № 1 від 9 серпня 2024 р.).

Розглянуто та рекомендовано до друку науково-методичною комісією факультету лісового і садово-паркового господарства Уманського національного університету садівництва (протокол № 1 від 12 серпня 2024 р.).

## **ЗМІСТ**

Вступ

1. Масштаби топографічних карт і планів
2. Визначення площ
3. Орієнтування ліній на топографічній карті
4. Теодоліти, їх будова
5. Нівеліри, їх будова
6. Вимірювання довжини ліній мірною стрічкою
7. Записи числових величин у геодезії.
8. Міри кутових величин
9. Операції із кутовими величинами
10. Операції із тригонометричними функціями.

## Масштаби

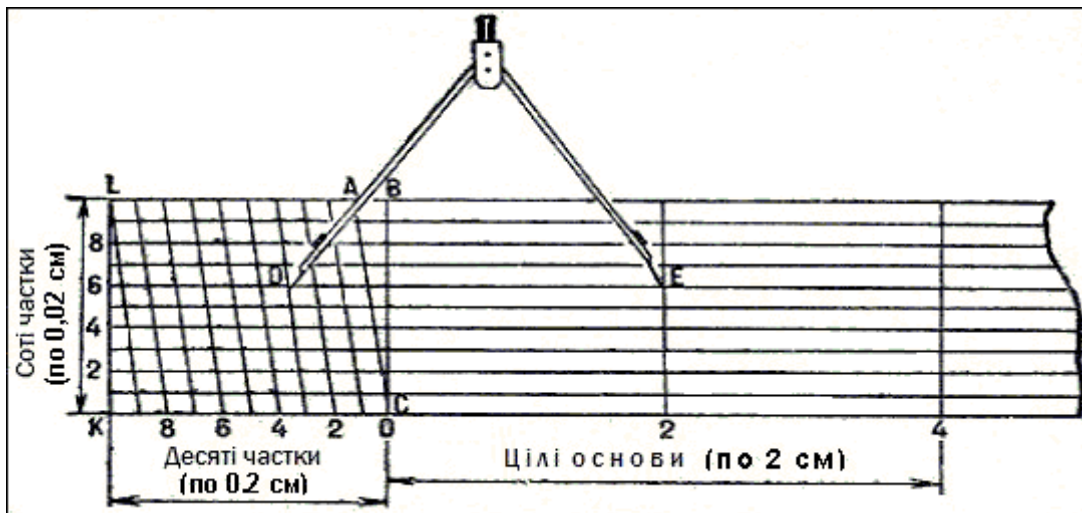
Масштаб - це ступінь зменшення довжини лінії на карті, плані, глобусі порівняно з їхніми дійсними розмірами на земній поверхні. Масштаби застосовуються для зменшення горизонтальних прокладань відрізків, які відображаються на планах. Масштаб виражає відношення довжини відрізка лінії на плані чи карті до довжини горизонтальної проекції відповідної лінії на місцевості. Розрізняють такі форми масштабу: числовий, іменний і графічний.

ХАРАКТЕРИСТИКА ВИДІВ МАСШТАБІВ		
Вид масштабу	Спосіб запису	Приклад
Числовий	У вигляді дроби, числитель якого дорівнює 1, а знаменник показує, у скільки разів відстань на плані або карті менша за відстань на місцевості	1 : 1000
Іменований	Словами та цифрами показує, яка відстань на місцевості відповідає 1 см на плані чи карті	В 1 см 10 м
Лінійний	У вигляді лінії, поділеної на рівні відрізки завдовжки 1 см, які відповідають відстані на місцевості	

Точність лінійного масштабу не завжди відповідає вимогам при відкладанні ліній, тому користуються поперечним масштабом.

**Поперечний масштаб** – графічна побудова у вигляді паралельних рівновіддалених прямих, розділених так само, як і лінійний масштаб, на рівні відрізки. Крайню ліву частину масштабу ділять на 10 рівних частин, а точки поділу з'єднують косими лініями – *трансверсальми*. Для побудови поперечного масштабу прокреслюють на довільній віддалі 11 паралельних ліній. Нижню лінію поділяють на рівні відрізки, які називають *основою* масштабу. Установлюють у кінцях цих відрізків перпендикуляри. Поділивши верхню і нижню, крайні зліва, основи на 10 частин та, з'єднавши їх косими лініями – *трансверсальми*, отримають поперечний масштаб. Довжина основи може бути

1 см, 2 см, 4 см або 5 см. Якщо основа поперечного масштабу дорівнює 2 см, то його називають *нормальним*. Поперечний масштаб, основа якого розділена на 10 частин, а найменша поділка дорівнює 1/100 в частині його основи, називають *сотенним*.



### Способи визначення площ

Площі, обчислені за елементами, вимірними безпосередньо на місцевості, будуть визначені з високим ступенем точності. Однак у більшості випадків ця точність буде зайва, тому зазвичай площі ділянок місцевості визначають за планами і картами, що набагато зручніше і забезпечує достатню для практики точність.

Площу за планом або картою можна визначити чотирма способами: графічним, за допомогою палетки, аналітичним (якщо фігура являє собою замкнутий багатокутник) і механічним за допомогою планіметра.

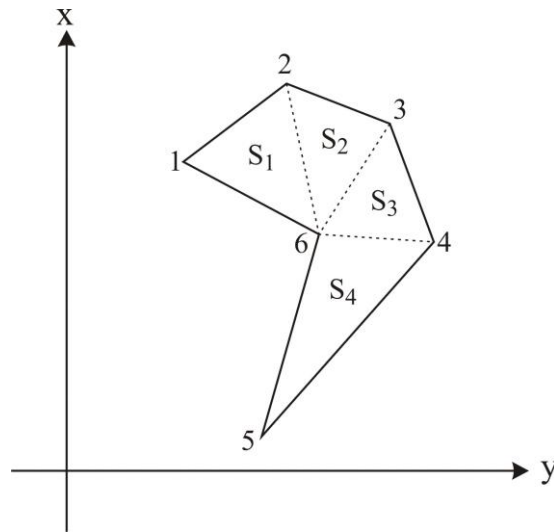
Для визначення площ графічним способом її розмічають на простіші геометричні фігури – трикутники, прямокутники і трапеції. Потім міряють на плані необхідні елементи для обчислення площ окремих фігур. Площу всієї фігури одержують, як суму площ.

Наприклад, в трикутнику міряють основу “а” і висоту “h” або дві сторони “а” і “в” і кут  $\gamma$  між ними в трапеціях – основи “а”, “b” і висоту “h” і застосовуючи відповідно формули для обчислення площ.

$$S = \frac{1}{2}ah ;$$

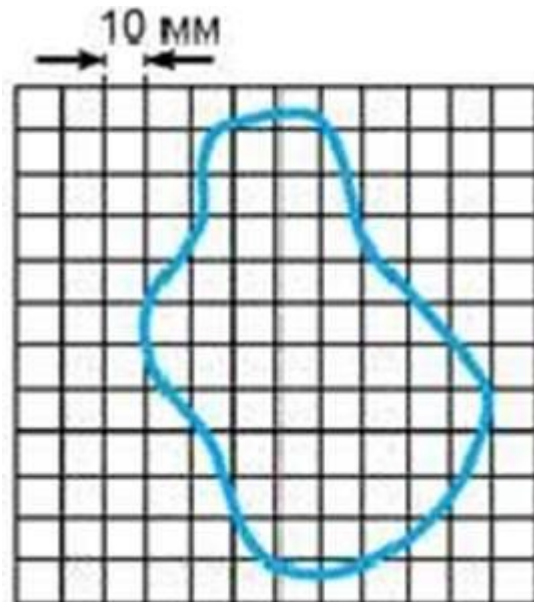
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma ;$$

$$S = \frac{a+b}{2}h$$



Для визначення площі за допомогою палетки необхідно палетку прикласти до контуру. Визначаємо число повних квадратів, а до кожного неповного додаємо частину, щоб він став повним. Визначення площі цим способом виконується за допомогою приладу-палетки.

Палетка – це прозорий лист, на який нанесено сітку квадратів з сторонами 1 – 10 мм. Якщо знаємо довжину сторони і масштаб плану, визначаємо площу квадрата.



Площу фігури визначаємо за формулою

$$S = n \cdot S_1$$

де:  $n$  – кількість квадратів;

$S_I$  – площа квадрата.

Найбільш точним методом визначення площ є аналітичний спосіб. В даному випадку розрахунок площі ділянки здійснюється за результатами проведених вимірів кутів і ліній безпосередньо на місцевості. Також розрахунок може бути проведений за результатами вимірювань координатами вершин фігур, розташованих на досліджуваній ділянці.

Площу ділянки визначають за формулою

$$2S = \sum_1^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1})$$

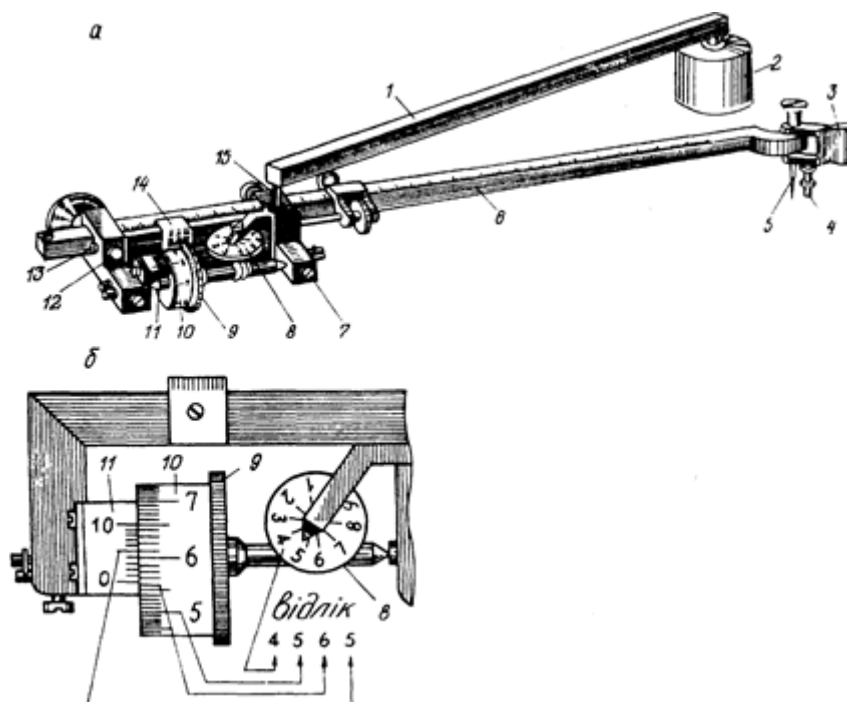
$$2S = \sum_1^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1})$$

де  $n$  – кількість вершин

$X, Y$  – координати вершин

Планіметр – це механічний прилад, за допомогою якого визначають площі контурів шляхом їх обводу.

Полярний планіметр складається з двох важелів: полюсного та обвідного. Полюсний важіль має на кінці вагу з голкою, на другому кінці сполучається з обчислюваним механізмом.



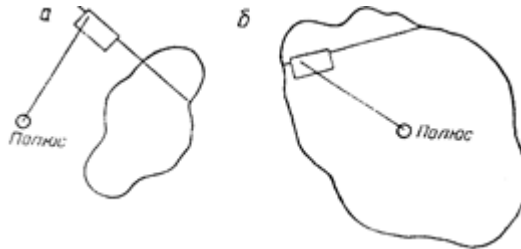
Обвідний важіль має обвідне скло з крапкою в центрі, на другому кінці сполучається з обчислюваним механізмом.

Обчислюваний механізм складається з 2-х роликів, циферблату та верньєра.

Перед початком роботи визначаємо ціну поділки, для цього беремо прямокутник (2 або 3 квадрата координатної сітки), площа якого відома, ставимо шпиль на початок в точку  $A$  – беремо відлік  $a_1$ , обводимо важелем контур і вертаємось у точку  $A$ , визначаємо відлік  $a_2$ ; визначаємо ціну поділки.

$$c = \frac{S_{\text{від}}}{a_2 - a_1}$$

Площу фігури обводять по два рази за двох положень полюса. При цьому необхідно слідкувати, щоб кут між важелями планіметра був не менше  $30^\circ$  і не більше  $150^\circ$ .



1.1. По результатах польових вимірювань, горизонтальні прокладення сторін прямокутної ділянки складають  $D_1$  і  $D_2$  метрів. Обчислити площу земельної ділянки.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_1$ (м)	630,874	805,671	527,198	780,004	509,758	734,776	918,634	475,098	314,716	542,687
$D_2$ (м)	1029,627	438,756	1109,734	537,118	763,853	1045,967	255,843	1268,222	688,376	891,230

- визначити площу прямокутника за формулою:  $S = D_1 * D_2$   $S =$  \_\_\_\_\_  
 $\text{м}^2$ ;

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:  $S =$  \_\_\_\_\_ ар;

- переобчислити квадратні метри у гектари за допомогою коефіцієнта **10 000** пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:  $S =$  \_\_\_\_\_ га;

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**:  $S =$  \_\_\_\_\_  
 $\text{км}^2$ .

1.2. Карта масштабу  $1:M$  має прямокутну (кілометрову) сітку розміром  $l_{xy}$  сантиметрів. Встановити площу одного квадрата прямокутної (кілометрової) сітки карти певного масштабу на місцевості.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1:M$	1:1000 000	1:500 000	1:250 000	1:200 000	1:100 000	1:50 000	1:25 000	1:10 000	1:5000	1:2000
$l_{xy}$ (см)	5	2	4	2	2	2	4	10	10	10

- використовуючи **правило двох нулів** встановити розміри сторони



квадрата кілометрової сітки на місцевості за формулою:  $L_{xy} = l_{xy} * k_M$   $L_{xy} = \underline{\hspace{2cm}}$  м;

- встановити розміри сторони кілометрової сітки у кілометрах  $L_{xy} = \underline{\hspace{2cm}}$  км;

- визначити площу квадрата за формулою:  $S = L_{xy}^2$   $S = \underline{\hspace{2cm}}$  м<sup>2</sup>;

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:  $S = \underline{\hspace{2cm}}$  ар;

- переобчислити квадратні метри у гектари за допомогою коефіцієнта **10 000** пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:  $S = \underline{\hspace{2cm}}$  га;

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**:  $S = \underline{\hspace{2cm}}$  км<sup>2</sup>.

1.3. На карті масштабу  $1:M$  виміряні довжина  $a$  і ширина  $b$  прямокутної земельної ділянки у міліметрах. Визначити площу ділянки з точністю до квадратного метра.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1:M$	1:10 000	1:5000	1:2000	1:1000	1:2000	1:5000	1:10 000	1:25 000	1:50 000	1:25 000
$d_1$ (мм)	34,0	28,5	147,5	114,5	254,5	87,0	80,5	106,5	36,5	67,0
$d_2$ (мм)	24,5	105,0	68,0	88,5	181,0	169,0	37,0	73,5	76,0	138,5

- використовуючи **правило трьох нулів** встановити розміри земельної ділянки на місцевості за формулою:  $D_i = d_i * k_M$   $D_1 = \underline{\hspace{2cm}}$  м;

$D_2 = \underline{\hspace{2cm}}$  м;

- визначити площу прямокутника за формулою:  $S = D_1 * D_2$   $S = \underline{\hspace{2cm}}$  м<sup>2</sup>;

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:  $S = \underline{\hspace{2cm}}$  ар;

- переобчислити квадратні метри у гектари за допомогою коефіцієнта **10 000** пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:  $S = \underline{\hspace{2cm}}$  га;

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**:  $S = \underline{\hspace{2cm}}$  км<sup>2</sup>.

1.4. На плані масштабу  $1:M$  виміряні довжина  $a$  і висота  $h$  трикутної земельної ділянки у сантиметрах. Визначити площу ділянки з точністю до квадратного метра.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1:M$	1:100	1:200	1:500	1:1000	1:2000	1:1000	1:500	1:200	1:100	1:200
$a$ (см)	48,6	35,9	64,7	42,6	30,8	85,1	52,8	78,0	50,7	34,7
$h$ (см)	55,8	68,2	48,3	81,2	79,6	48,6	31,7	37,1	76,3	45,9

- використовуючи **правило двох нулів** встановити розміри земельної ділянки на місцевості за формулою:  $D_i = d_i * k_M$   $A = \underline{\hspace{2cm}}$  м;

$H = \underline{\hspace{2cm}}$  м;

- визначити площу прямокутника за формулою:  $S = \frac{a * h}{2}$

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

$m^2$ ;

- переобчислити квадратні метри у ари (сотки) за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 арі – 100 квадратних метрів**:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ар};$$

- переобчислити квадратні метри у гектарах за допомогою коефіцієнта

**10 000** пам'ятаючи, що **в 1 гектарі – 10 000 квадратних метрів**:

$$S = \underline{\hspace{2cm}} \text{ га};$$

- переобчислити гектари у квадратні кілометри за допомогою коефіцієнта **100** пам'ятаючи, що **в 1 квадратному кілометрі 100 гектарів**:  $км^2$ .

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

### 3. Переобчислення площ.

3.1. У результаті польових вимірювань встановлено, що площа земельної ділянки неправильної форми складає  $S$  гектар. Встановити площу земельної ділянки у сотках і квадратних метрах.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S$ (га)	7,5689	3,1527	9,1106	5,5571	2,0834	0,1518	4,7548	8,6354	1,0005	6,5706

- встановити площу  $S$  у сотках (арах) за допомогою коефіцієнта **100**

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

ар;

- встановити площу  $S$  у квадратних метрах шляхом переходу від гектарів до квадратних метрів за допомогою коефіцієнта **10 000**

$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

$m^2$ ;

3.2. У результаті поконтурного визначення площ встановлені площі окремих контурів земельної ділянки у гектарах. Знайдіть сумарну площу земельної ділянки і надайте значення площ окремих її контурів у сотках і квадратних метрах.

Назви контурів $S_i$ (га)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Житловий будинок	0,0110	0,0095	0,0066	0,0168	0,0090	0,0074	0,0097	0,0102	0,0088	0,0098
Нежитлові споруди кам'яні	0,0258	0,0052	0,0050	0,0322	0,0068	0,0036	0,0034	0,0008	0,0060	0,0064
Нежитлові споруди тимчасові	--	0,0015	0,0047	--	0,0008	0,0018	0,0001	0,0005	0,0016	0,0004
Парники, теплиці	--	--	--	--	--	0,0064	--	--	0,0044	0,0100
Підвали, погребі	--	0,0006	0,0006	--	--	0,0006	--	--	--	--
Сад	--	--	0,0506	0,1218	0,0346	0,0600	--	0,0422	0,0792	--
Город	0,0060	0,0107	0,1664	--	0,0040	0,0151	0,0004	--	0,1206	0,0300
Ягідник	--	--	0,0111	--	--	--	0,0528	--	--	--
Квітник	--	0,0006	--	0,0090	0,0379	--	--	0,0020	--	0,0066
Басейн	0,0015	--	--	0,0063	--	--	--	0,0032	--	--
Доріжки і майданчики асфальтові	0,0048	--	0,0050	--	--	0,0051	0,0020	--	0,0024	0,0068
Доріжки і майданчики з тротуарної плитки	0,0076	0,0049	--	0,0036	0,0033	--	0,0036	--	--	--
Доріжки і майданчики з бруківки	0,0033	--	--	0,0183	--	--	--	0,0061	--	--
Паркани і огорожі	0,0400	0,0170	--	0,0420	0,0036	--	0,0280	0,0350	0,0270	0,0300

- встановити загальну площу земельної ділянки у гектарах

$$S_{\text{заг}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

га;

- встановити площу  $S_{заг}$  у сотках (арах) за допомогою коефіцієнта **100**  $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$   
*ар*;

- встановити площу  $S_{заг}$  у квадратних метрах шляхом переходу від гектарів до квадратних метрів за допомогою коефіцієнта **10 000**  $S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $m^2$ ;

- встановити площі окремих контурів  $S_i$  у квадратних метрах за допомогою коефіцієнта **10 000**:

1.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
2.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
3.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
4.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
5.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
6.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
7.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		
8.	<hr/>	$S_i = \underline{\hspace{2cm}}$ га;	$S_{заг} = \underline{\hspace{2cm}}$ $m^2$ ;
	<i>назва контуру</i>		

### Орієнтування ліній на топографічній карті

Орієнтувати лінію – означає визначити її напрям щодо іншого напрямку, прийнятого за початковий. Напрямок визначається величиною кута орієнтування (орієнтирного кута), тобто, кута між початковим напрямком і напрямком лінії. Кутами орієнтування є *дирекційні кути, румби, істинні та магнітні азимуты*.

У геодезії орієнтування ліній здійснюють відносно меридіанів. Розрізняють географічні або істинні, магнітні та осьові меридіани. На рис. 1 показані географічний і осьовий меридіани в проекції Гаусса-Крюгера. На карті напрямок осьового меридіану зони вказують вертикальні лінії кілометрової сітки, а напрямок географічного меридіану – вертикальні лінії внутрішньої рамки.

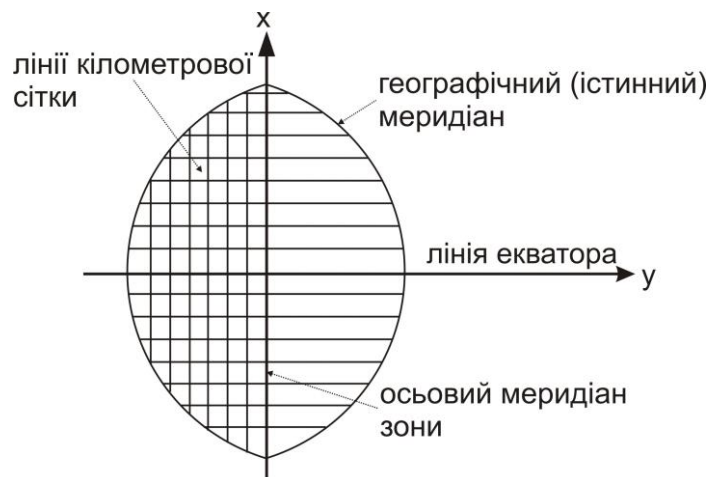


Рис. 1. Географічний та осьовий меридіани в проекції Гаусса-Крюгера

**Дирекційним кутом** (рис. 2) називається горизонтальний кут, який відраховується за годинниковою стрілкою від північного напрямку осьового меридіана або лінії паралельної йому, до заданого напрямку та позначається грецькою літерою „ $\alpha$ ” (альфа) з відповідними індексами –  $\alpha_{AB}$ . Він змінюється в межах від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Оскільки напрям осьового меридіана для зони один, то дирекційний кут прямої лінії однаковий в різних її точках. Дирекційний кут  $\alpha_{AB}$  лінії  $AB$  називається **прямим**, а дирекційний кут  $\alpha_{BA}$  для тієї ж лінії  $AB$  називається **зворотним**. Прямі і зворотні дирекційні кути відрізняються між собою на  $\pm 180^\circ$  (рис. 3).

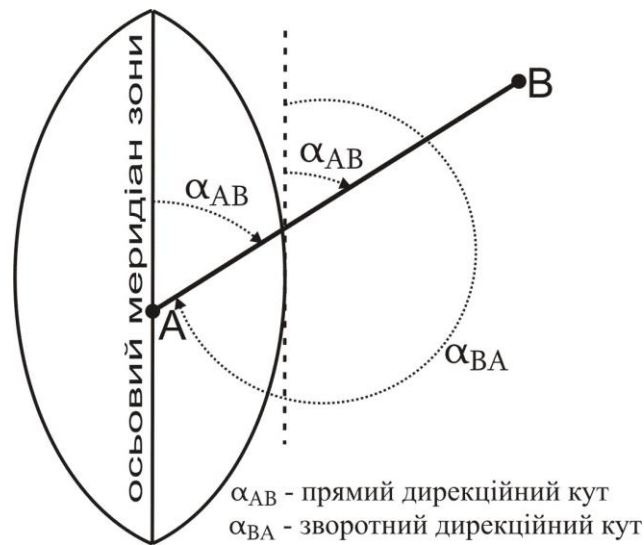


Рис. 2. Дирекційний кут

На карті чи плані дирекційний кут відраховується від північного напрямку осьового меридіану або лінії до нього паралельної, за допомогою геодезичного транспортиру з точністю  $15'$ . Для визначення дирекційного кута напрямку  $1-2$  (рис. 4.3) з'єднаємо точки прямою лінією. В точці  $1$  проводимо лінію паралельну вертикальній лінії координатної сітки, прикладаємо нуль транспортира в точку  $1$  і сумістивши його нульовий діаметр з вертикальною лінією сітки, відраховуємо  $\alpha_{12}$ . Зворотний дирекційний кут  $\alpha_{21}$  визначаємо в точці  $2$ .

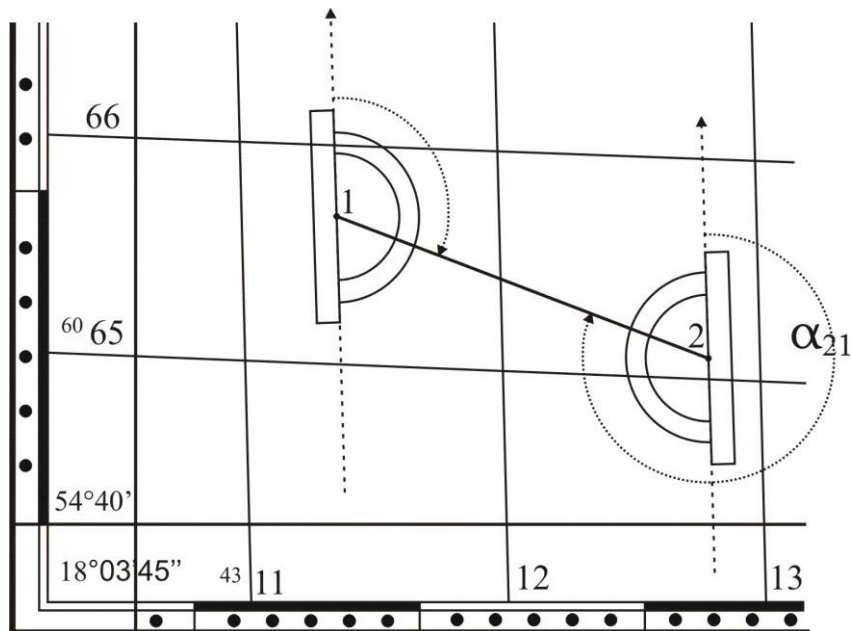


Рис. 3. Вимірювання дирекційного кута на карті транспортом

Румбом називається гострий кут, який відраховується від ближнього *північного* або *південного* напрямку осьового меридіану або лінії, паралельної йому до заданого напрямку (рис. 4). Румби змінюються в межах від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  і позначаються літерою „r” латинського алфавіту з відповідним індексом –  $r_{AB}$ . Для однозначного визначення напрямку румбу він супроводжується назвою чверті у якій знаходиться: *I чверть* – північний схід „ПнСх”, *II* – південний схід „ПдСх”, *III* – південний захід „ПдЗх”, *IV* – північний захід „ПнЗх”. Тобто значення румба подається в наступному вигляді: вказують градусну величину румба, після якої пишуть назву чверті, *наприклад*  $r_{AB} = 25^\circ 45' \text{ ПнСх}$ .

Зв’язок між дирекційними кутами і румбами в залежності від чверті наступний (рис. 5):

$$1 \text{ чверть } r_1 = \alpha_1; \alpha_1 = r_1;$$

$$2 \text{ чверть } r_2 = 180^\circ - \alpha_2; \alpha_2 = 180^\circ - r_2;$$

$$3 \text{ чверть } r_3 = \alpha_3 - 180^\circ; \alpha_3 = 180^\circ + r_3; (4.1)$$

$$4 \text{ чверть } r_4 = 360^\circ - \alpha_4; \alpha_4 = 360^\circ - r_4.$$

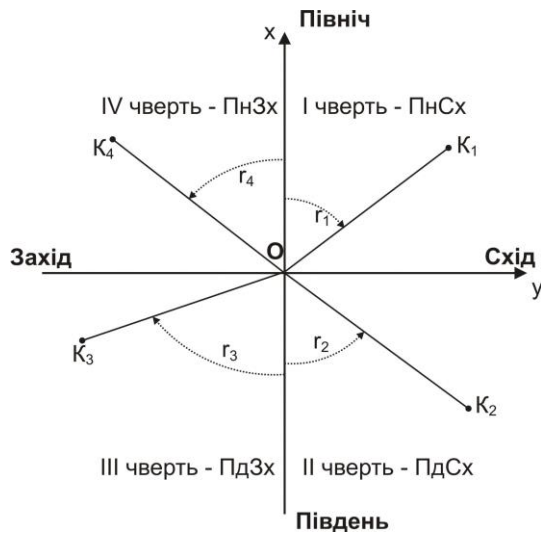


Рис. 4. Румби

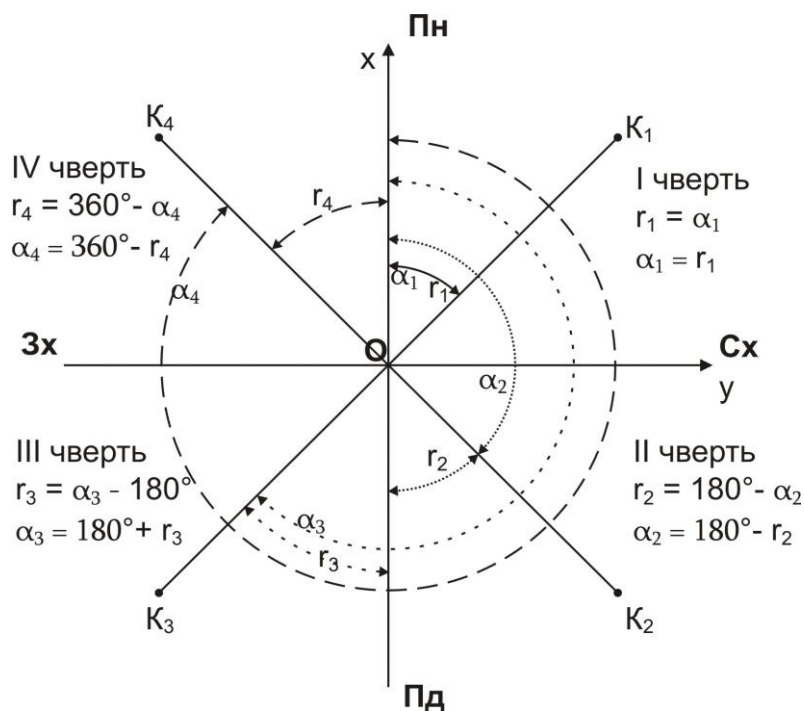


Рис. 5. Залежність між румбами і дирекційними кутами

Істинним (географічним) азимутом називається горизонтальний кут, який відраховується від північного напрямку істинного (географічного) меридіану за годинниковою стрілкою від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Істинний азимут позначається літерою „ $A$ ”.

Магнітним азимутом називається горизонтальний кут який відраховується від північного напрямку магнітного меридіану за годинниковою стрілкою від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Магнітний азимут позначається літерою „ $A_M$ ”.

Істинний азимут можна виміряти безпосередньо на карті. Для цього транспортер суміщають з північним напрямком карти (паралельно вертикальній лінії внутрішньої рамки) і за рухом годинникової стрілки відраховують горизонтальний кут (рис. 6).

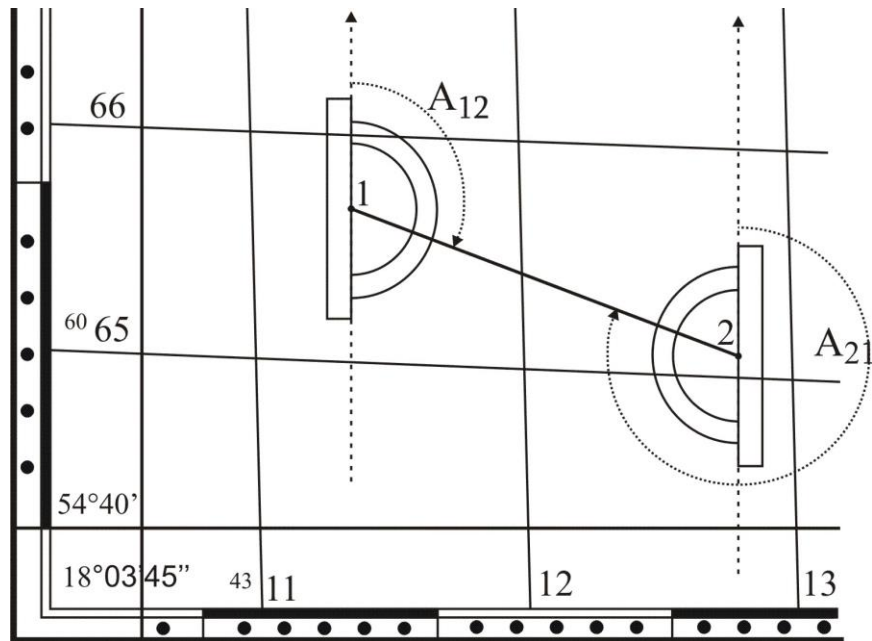


Рис. 6. Вимірювання істинного азимута на карті транспортером

Оскільки меридіани на земній кулі не паралельні між собою, то дирекційні кути та істинні азимуты відрізняються між собою на кут  $\gamma$ . Кут  $\gamma$  це кут зближення меридіанів, тобто кут між осьовим і істинним меридіанами (позначається грецькою літерою „ $\gamma$ ” (гамма)) (рис. 7). В залежності від розташування відносно осьового меридіану кут зближення меридіанів може бути східним або західним (рис. 8).

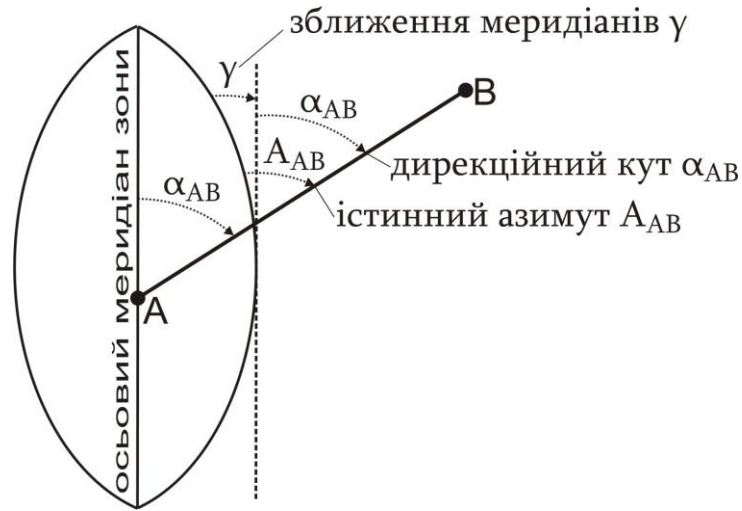


Рис. 7. Зв'язок між дирекційними кутами та істинними азимутами



Рис. 8. Схема визначення орієнтирних кутів напрямку

Зв'язок між дирекційними кутами та істинними азимутами виражається формулою:

$$A = \alpha \pm \gamma ,$$

де  $A$  – істинний азимут;

$\alpha$  – дирекційний кут;

$\gamma$  – кут зближення меридіанів.



Знак „+” використовується коли зближення меридіанів східне; знак „-” – коли зближення меридіанів західне.

Географічні меридіани проходять від північного до південного географічного полюсу. Магнітні меридіани проходять від північного до південного магнітного полюсу. Оскільки географічні і магнітні полюси Землі знаходяться в різних точках нашої планети, то географічний і магнітний меридіани в кожній точці земної поверхні не співпадають, а перетинаються під деяким кутом  $\delta$ , який називають кутом схилення магнітної стрілки (позначається грецькою літерою „ $\delta$ ” (дельта)). Схилення магнітної стрілки  $\delta$  може бути східне (рис. 9, а) або західне (рис. 9, б), в залежності від того в який бік відхиляється магнітна стрілка компасу по відношенню до істинного (географічного) меридіана.

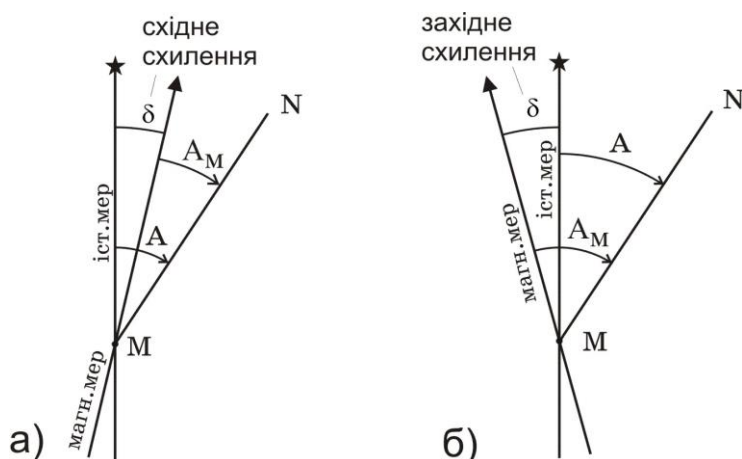


Рис. 4. Схилення магнітної стрілки:

а) східне; б) західне

Зв'язок між магнітними та істинними азимутами виражається формулою:

$$A_M = A \mp \delta ,$$

де  $A_M$  – магнітний азимут;

$A$  – істинний азимут;

$\delta$  – схилення магнітної стрілки.

Знак „-” використовується коли схилення магнітної стрілки східне; знак „+” – коли схилення магнітної стрілки західне.

Середні значення зближення меридіанів і схилення магнітної стрілки, на зображену на карті територію, наводяться на топографічних картах у вигляді спеціальних написів, що подаються внизу кожного листа карти, ліворуч за рамкою карти (рис. 10). Оскільки величина схилення магнітної стрілки може змінюватись протягом доби на величину до  $15'$ , то також зазначають дату на яку наводиться схилення магнітної стрілки та величину річної зміни схилення магнітної стрілки.

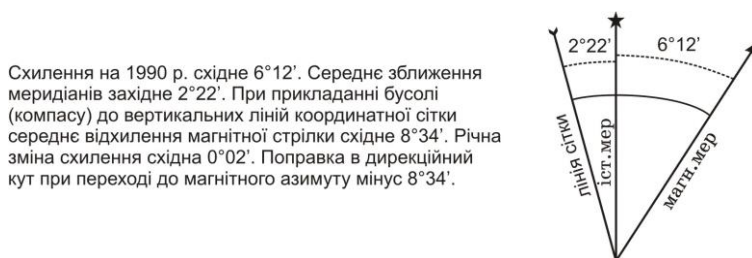


Рис. 10. Напис на карті про величини схилення та зближення

*Наприклад* дирекційний кут  $\alpha_{AB}=30^{\circ}15'$ . Необхідно визначити істинний та магнітний азимут лінії  $AB$  на 2009 рік для карти наведеної на рис. 4.10. Оскільки зближення меридіанів західне, то істинний азимут рівний:  $A_{AB}=30^{\circ}15'-2^{\circ}22'=27^{\circ}53'$ . Схилення магнітної стрілки східне, отже приймати його необхідно зі знаком „-”. Враховуючи, що величина схилення наведена на 1990 рік, а річна зміна також східна і становить  $0^{\circ}02'$ , то на 2009 рік, за  $19$  років, зміна становитиме  $0^{\circ}02' \times 19 = 0^{\circ}38'$ . Тому магнітний азимут лінії  $AB$  на 2009 рік становитиме:  $A_{M AB}=27^{\circ}53'-6^{\circ}12'-0^{\circ}38'=21^{\circ}03'$ .

За дирекційним кутом початкової лінії і за кутами повороту між сусідніми лініями можна визначити всі дирекційні кути ходу. На рис. 11 представлена схема ходу, в якому виміряні кути повороту  $\beta$  і заданий дирекційний кут початкового напрямку  $\alpha_{12}$ . Зв'язок між дирекційним кутом  $\alpha_{23}$  і дирекційним кутом  $\alpha_{12}$  встановлюється через виміряний кут повороту  $\beta_1$ . Якщо при русі за напрямком зростання нумерації точок ходу кути лежать з правого боку, то їх називають правими і позначають  $\beta_n$ , якщо з лівого

боку – лівими  $\beta_l$ . На рис. 11 при переміщенні з першої точки до четвертої  $\beta_1$  буде правим кутом повороту, так само як і  $\beta_2$  в точці 3.

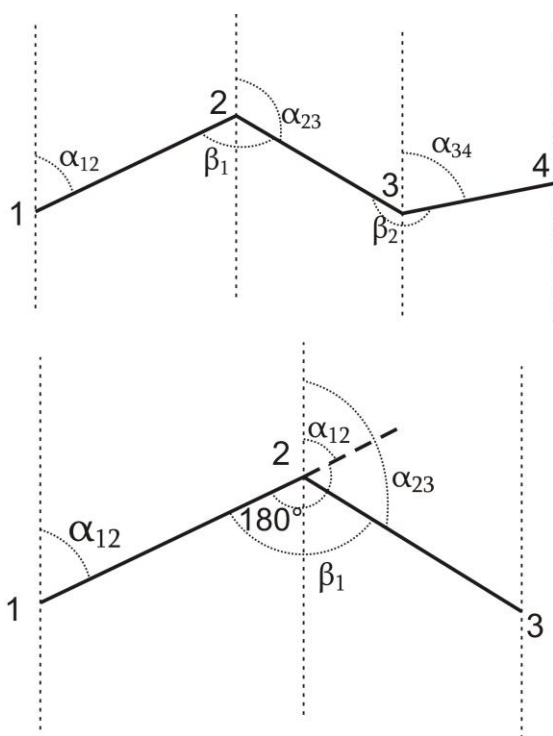


Рис. 11. Передача дирекційного кута на наступну лінію ходу

Як видно з рисунка (у випадку правих кутів):

$$\alpha_{12} \pm 180^\circ = \alpha_{23} + \beta_1^{np},$$

звідки:

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} \pm 180^\circ - \beta_1^{np}.$$

Словами цю залежність можна сформулювати так: *дирекційний кут наступної сторони дорівнює дирекційному куту попередньої сторони  $\pm 180^\circ$  та мінус кут, що лежить праворуч між цими сторонами.*

Аналогічно можна показати, що у випадку лівих кутів:

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} \pm 180^\circ + \beta_1^l.$$

Або словами: *дирекційний кут наступної сторони дорівнює дирекційному куту попередньої сторони  $\pm 180^\circ$  та плюс кут, що лежить ліворуч між цими сторонами.*

Приклади типових завдань:

Завдання 1

Визначити за картою внутрішні та зовнішні кути заданого п'ятикутника.

Розв'язок:

Для вимірювання кута центр транспортира суміщають з точкою, яку приймають за вершину кута, а нуль транспортира суміщають з лівим напрямком кута. За дугою геодезичного транспортира відраховують величину горизонтального кута за годинниковою стрілкою. Кути вимірюються з точністю до  $15'$  і записуються у відповідні колонки табл. 1.

Завдання 2

Розрахувати дирекційні кути ліній п'ятикутника.

Розв'язок:

Вихідний дирекційний кут лінії 1-2 вимірюємо на карті, як показано на рис. 3. Визначаємо, що при русі за напрямом зростання нумерації точок п'ятикутника внутрішні кути будуть правими, а зовнішні – лівими. Відповідно обчислюємо дирекційні кути всіх ліній п'ятикутника через внутрішні кути за формулою, а через зовнішні кути – за формулою.

Таблиця 1

Обчислення дирекційних кутів за виміряними кутами повороту

№ точок	Кути повороту		Дирекційні кути (обч.)	
	$\beta_{внутр}$	$\beta_{зовн}$	за $\beta_{внутр}$	за $\beta_{зовн}$
1	48°30'	311°30'	117°30'	117°30'
2	134°15'	225°45'	163°15'	163°15'
3	101°00'	259°00'	242°15'	242°15'
4	103°45'	256°15'	318°30'	318°30'
5	152°30'	207°30'		

			346°00'	346°00'
1	48°30'	311°30'		
			117°30'	117°30'
2				

### Завдання 3

Визначити за картою прямі та обернені дирекційні кути, румби, істинні та магнітні азимути лінії 1-2.

Розв'язок:

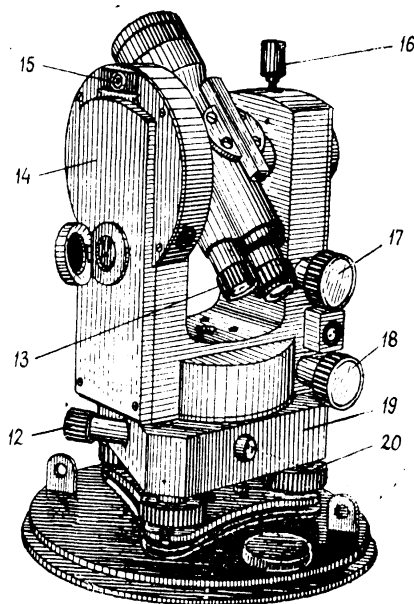
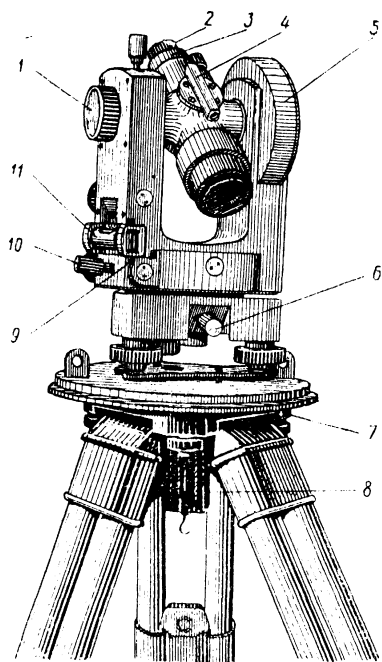
Вимірюємо на карті дирекційні кути ліній 1-2 та 2-1 (як показано на рис. 3). За виміряними дирекційними кутами обчислюємо румби, істинні та магнітні азимути ліній 1-2 та 2-1 за формулами (4.1), (4.2), (4.3). Результати обчислень представлені в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Обчислення кутів орієнтування ліній

Позначення	Лінія 1-2	Лінія 2-1
$\alpha$	73°15'	253°15'
$r$	73°15' ПнСх	73°15' ПдЗх
$\gamma$	-2°22'	-2°22'
$A$	70°53'	250°53'
$\delta$	-6°12'	-6°12'
$\Delta\delta$	-0°02'×19=- 0°38'	-0°02'×19=- 0°38'
$A_m$	64°03'	244°03'

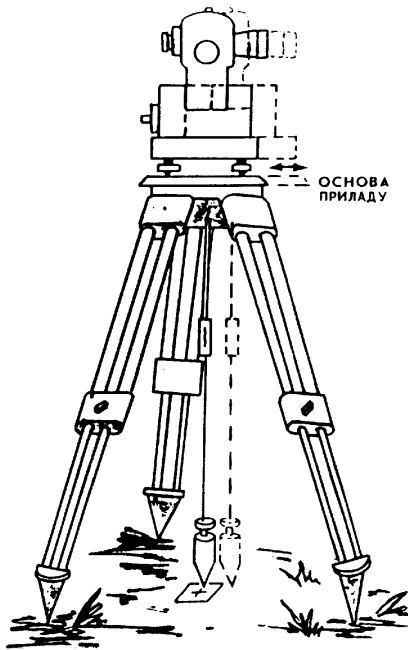
Теодоліт Т-30 застосовують для вимірювання горизонтальних та вертикальних кутів, магнітних азимутів та віддалі (віддалі за віддалеміром).



1 – гвинт кремальєри; 2 – діоптрійне кільце; 3 – кришка, яка закриває виправні гвинти сітки ниток; 4 – коліматорний візир; 5 – вертикальне коло; 6 – закріпний гвинт горизонтального кола; 7 – голівка штатива; 8 – становий гвинт; 9 – виправні гвинти рівня; 10 – закріпний гвинт алідади; 11 – циліндричний рівень; 12 – навідний гвинт горизонтального кола; 13 – окуляр мікроскопа; 14 – бокова кришка; 15 – кронштейн бусолі; 16 – закріпний гвинт зорової труби; 17 – навідний гвинт зорової труби; 18 – навідний гвинт алідади; 19 – підставка; 20 – підймальні гвинти.

Перед вимірюванням горизонтальних кутів необхідно в кожній вершині кута установити теодоліт в робоче положення, тобто виконати центрування, нівелювання і установити зорову трубу для візування за оком спостерігача.

Центрування теодоліта. Точність центрування теодоліта залежить від точності вимірювання кутів і регламентується відповідними інструкціями. Центрування теодоліта з точністю 0.3 см можна виконати за допомогою виска. Для цього установлюють теодоліт над точкою (Рис. ) приблизно, а потім пересувають основу приладу на штативі до точного збігу кінця виска з точкою і затискають становий гвинт. Центрування теодоліта за допомогою оптичного центра виконують в такій послідовності:



круга.

г) Точно нівелюють теодоліт за допомогою піднімальних гвинтів і ліквідують неточне суміщення сітки центрира з центром пункту невеликим переміщенням підставки приладу на штативі.

д) Перевіряють точність центрування обертанням приладу навколо вертикальної осі на  $180^\circ$

а) Установлюють штатив з теодолітом приблизно над центром пункту і закріплюють штатив в землю.

б) Не звертаючи уваги на рівень, за допомогою піднімальних гвинтів наводять центр сітки ниток оптичного центрира на точку, яка фіксує центр пункту.

в) Не зрушуючи штатив з місця і не рухаючи піднімальні гвинти підставки, а міняючи тільки довжину ніжок штатива, нівелюють теодоліт за допомогою рівня на алідаді горизонтального

### Нівеліри, їх будова

При геометричному нівелюванні перевищення однієї точки місцевості або споруди над іншою визначають за допомогою горизонтального променя, який отримують за допомогою нівеліра та нівелірних рейок, які ставлять в цих точках.

Кожний тип нівеліра має свої конструктивні особливості. Належачи до одного класу геодезичних приладів, всі нівеліри мають загальні основні частини: зорову трубу, рівні й установлювальні пристрої. Обов'язковим є однакове взаємне розміщення осей (рис.1).

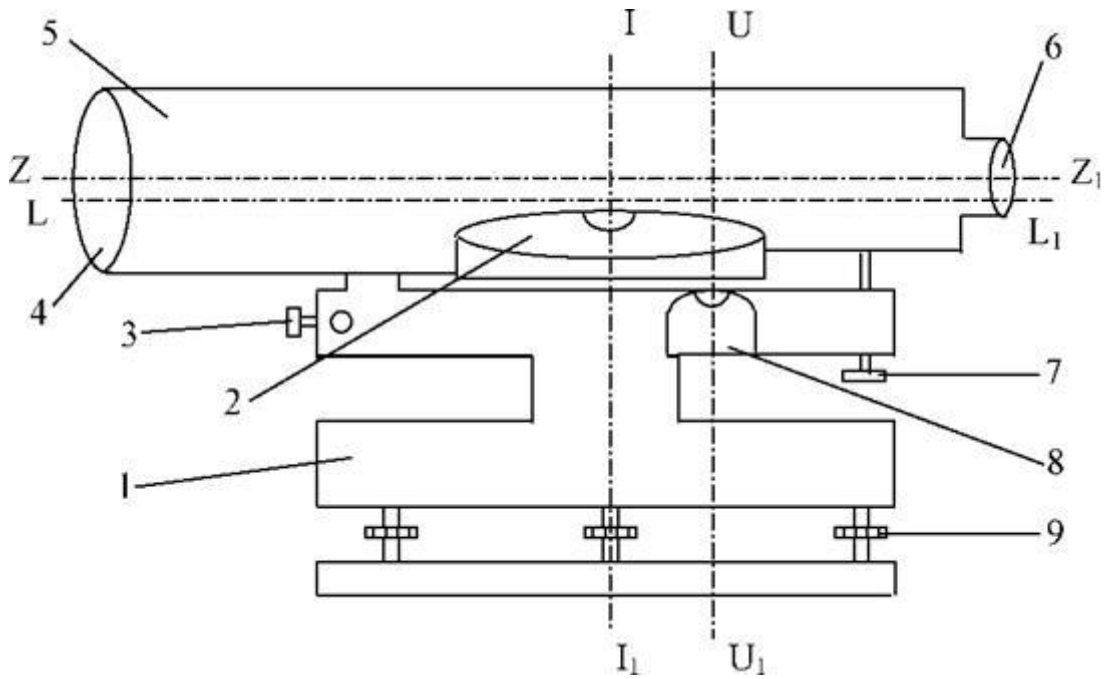


Рис. 1. Принципова геометрична схема нівеліра з циліндричним рівнем:  
 1 - підставка; 2 - циліндричний рівень; 3 - затискний гвинт; 4 - об'єктив; 5 - зорова труба; 6 - окуляр; 7 - елеваційний гвинт; 8 - круглий рівень; 9 - піднімальні гвинти

Нівелір Н-3 – точний з циліндричним рівнем біля зорової труби та елеваційним гвинтом. Нівелір Н-3 призначений для геометричного нівелювання III класу із середньою квадратичною похибкою до  $\pm 3$  мм/км



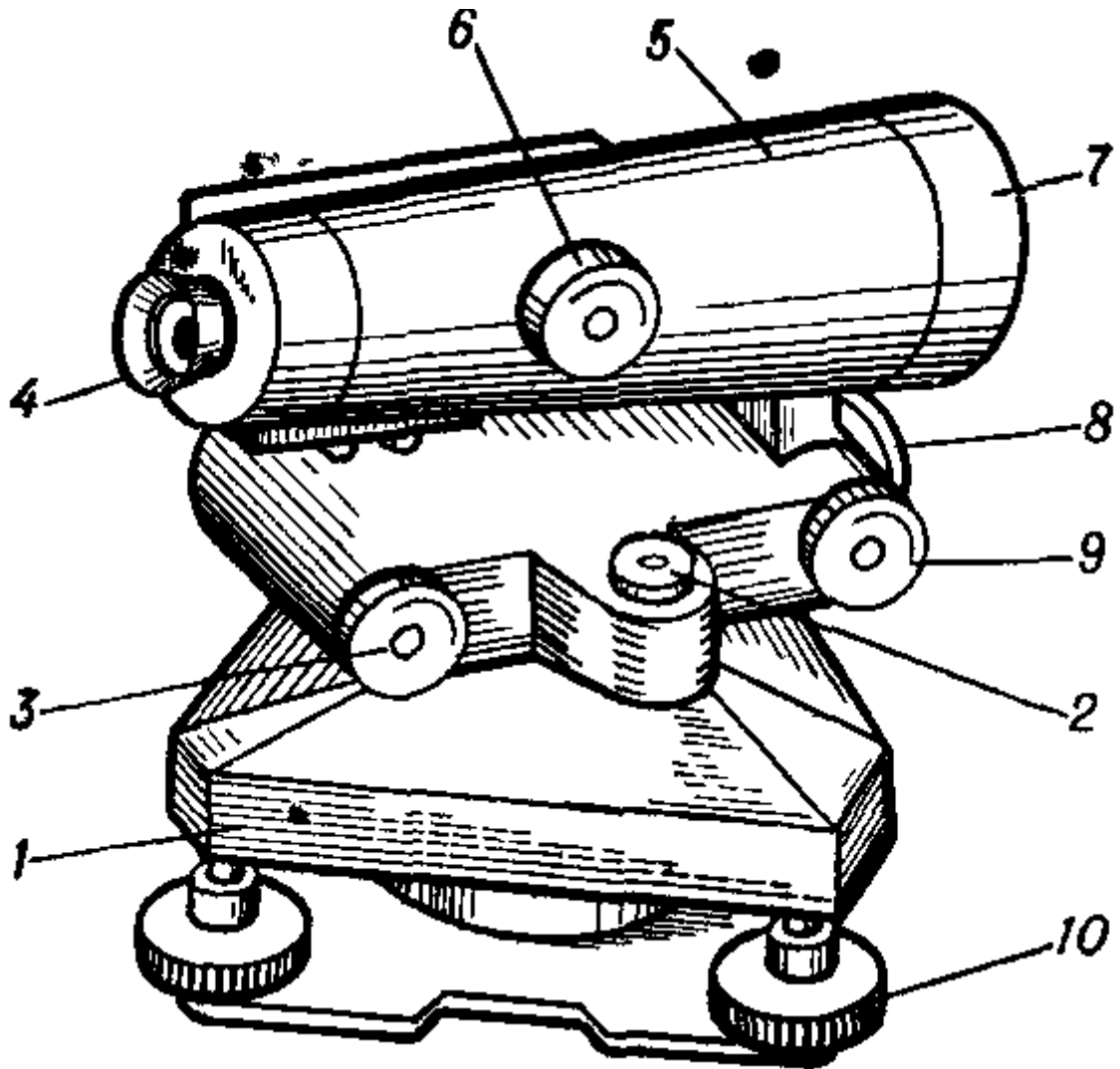
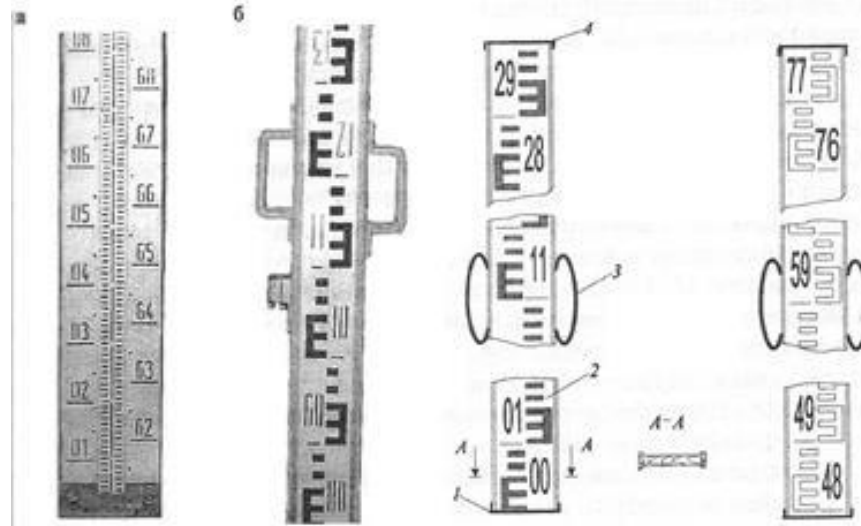


Рис 2 – Будова нівеліра:

1 – підставка-триніжка; 2 – круглий рівень; 3 – елеваційний гвинт; 4 – окуляр; 5-зорова труба; 6 – фокусна ручка; 7 – об'єktiv; 8 – затискний гвинт; 9 – навідний гвинт; 10 – піднімальні гвинти

Сучасні штрихові прецизійні та шашкові дерев'яні нівелірні рейки класифікують за точністю, конструктивними особливостями та призначенням. За точністю нівелірні рейки є високоточні, точні й технічні. За довжиною розрізняють три- та чотириметрові рейки, які можуть бути суцільними, складаними, розсувними. Поділки можуть бути з однієї або з двох сторін. Рейки можуть мати круглий рівень для встановлення їх в прямовисне положення. Сучасні рейки мають шифри: РН-05, РН-3, РН-10. Вони входять до комплекту нівелірів Н-05, Н-3 та Н-10, відповідно. Літери означають: Р – рейка, Н – нівелірна, а цифри 10; 3 та 05 вказують середню квадратичну похибку нівелювання (в міліметрах) на 1 км подвійного ходу.



1.5. Встановити висоту кінцевого реперу  $H_{кнц}$ , якщо висота початкового реперу становить  $H_{пч}$ , а перевищення, виміряні по ходу складають  $h_i$ .

		Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H_{пч}$ (м)		215,809	255,007	309,310	270,000	199,052	234,008	221,001	198,004	200,002	206,060
перевищення $h_i$ (мм)	1	+0125	- 1183	+1543	- 2151	- 0911	+0747	+1085	- 0008	- 1621	+0006
	2	- 0087	- 1392	+1085	- 2209	- 1167	- 0092	+0674	- 0696	- 1688	+0747
	3	- 1309	- 1657	+0674	- 1633	- 1431	- 0164	- 0911	- 1274	- 1974	+1235
	4	- 1621	- 1909	- 0911	- 0843	- 1706	- 1471	- 1167	- 2107	- 1536	- 0200
	5	- 1688	- 1418	- 1167	+0006	- 2202	+0125	- 1431	- 1651	- 1009	- 1471
	6	- 1974	- 0311	- 1431	+0747	- 0311	- 0087	- 1706	- 0606	+0608	- 1657
	7	- 1536	+0092	- 1706	+1235	+0092	- 2003	- 2202	+0033	- 0311	- 1909
	8	- 1009	+0164	- 2202	- 1200	+0164	+1235	+0125	+0572	+0092	- 1418
	9	+0608	+1007	- 1094	- 1471	+1176	- 0200	- 0087	+1871	+0164	- 0031

- встановити сумарне перевищення по ходу у міліметрах:  
мм.

$$\Sigma h_i = \underline{\hspace{2cm}}$$

- встановити сумарне перевищення по ходу у метрах:  
м.

$$\Sigma h_i = \underline{\hspace{2cm}}$$

- обчислити висоту кінцевого реперу:  $H_{кнц} = H_{пч} + \Sigma h_i$   
м.

$$H_{кнц} = \underline{\hspace{2cm}}$$

1.6. Обчислити висоту станції  $H_{ст}$ , якщо висота приладу  $i=1447$  мм, висота вихідного реперу  $H_{Rp}=178,549$  м, відліки по шашечній рейці при нівелюванні дані в міліметрах 1608.

		Варіанти									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H_{Rp}$ (м)		199,052	204,008	211,001	198,004	167,008	200,002	206,060	215,007	309,310	200,040
$i$ (мм)		1446	1443	1501	1459	1462	1477	1480	1493	1454	1468
$a$ (мм)		2706	2471	2167	2209	2167	2092	2287	2392	2085	1747

- встановити висоту приладу у метрах

$$i = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- встановити горизонт інструмента за формулою:  $\Pi = H_{Rp} + i$   
м;

$$\Pi = \underline{\hspace{2cm}}$$

- встановити відлік по рейці у метрах

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

- обчислити висоту станції за формулою:  $H_{cm} = \Gamma l - a$   
м.

$H_{cm} =$  \_\_\_\_\_

## Вимірювання довжини ліній мірною стрічкою

Перед вимірюванням довжин кінці ліній на місцевості повинні бути закріплені центрами (залізобетонними, металевими або дерев'яними кілочками, забитими в землю, дюбелями або болтами забитими в асфальт).

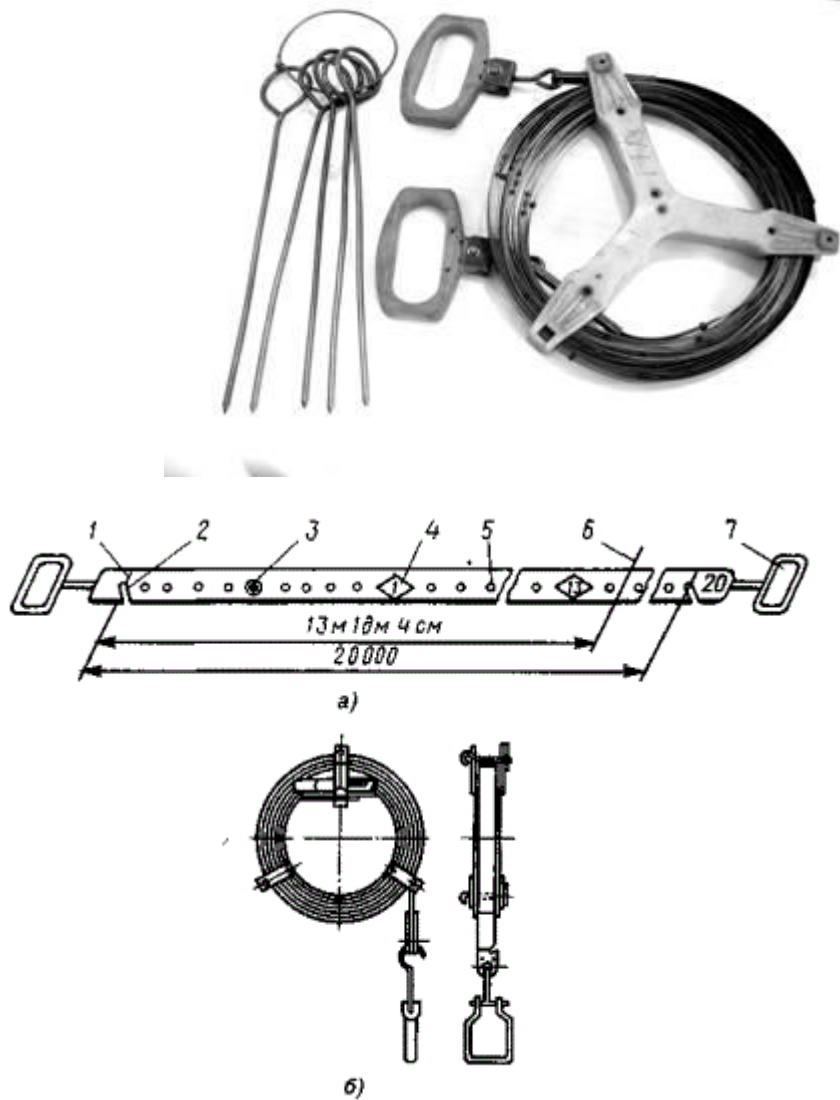
Залежно від потрібної точності вимірювань довжини ліній на місцевості використовують різні типи механічних і фізико-оптичних мірних приладів.

Для вимірювання довжин ліній на місцевості застосовують такі прилади:

1. Прилади, які при вимірюванні укладаються безпосередньо на землю.

При вимірюванні довжини ліній використовують штрихові стрічки ЛЗ-20, ЛЗ-24, ЛЗ-50 довжиною, відповідно, 20, 24 і 50 м з ціною поділки 0,1 м, шкалові стрічки ЛЗШ-20, ЛЗШ-24 та ЛЗШ-50 довжиною, відповідно, 20, 24 і 50 м і рулетки довжиною від 2 до 100 м. Тисьманна рулетка може мати довжину 3; 5; 10; 20; 50 і 100 м. На її стрічці нанесені розподіли через 1 см, а підписано кожні 10 см і цілі метри. Сталеві рулетки мають довжину від 20 до 100 м; деякі з них мають ціну розподілу 1 мм. Довгі відстані вимірюють землемірними стрічками.

Землемірні стрічки бувають завдовжки 20; 24 і 50 м. На кінцях стрічки проти штрихів зроблені прорізи, в які вставляють шпильки; на осі кожні 10 см відзначено наскрізними отворами, пів метри — шайбами, метри — пластинками з написами. В комплект стрічки входять 11 або 6 шпильок.



Мал. 1 Землемірна стрічка: а - при вимірі; б – на станці; 1 – штрих; 2 - виріз; 3 - заклепка; 4 – пластина; 5 – отвір; 6 - лінія, до якої виконано вимір; 7 – ручка

2. Підвісні мірні прилади, такі як базисний прилад БП-3, далекомір АД-1М, та ін.

3. Далекіміри: нитяний; подвійного зображення; електрооптичні (світлодалекіміри); квантові (лазерні); радіодалекіміри.

### **Порядок вимірювань довжин ліній сталевією 20-метровою стрічкою**

Вимірювання довжин ліній сталевією 20-метровою стрічкою або рулеткою відбувається при умові, що вона вкладається послідовно від початкового до кінцевого пункту. Цю роботу виконують два чоловіки. Один з них називається переднім, а другий - заднім міряльником.

Порядок вимірювань наступний. Задній мірник устромлює в землю шпильку в початковій точці *A* лінії *AB*, стає на коліно, та притримує початок

стрічки і зачіплює її вирізом за шпильку. Передній мірник бере інші десять шпильок і іде вперед по лінії  $AB$ , тримаючи другий кінець стрічки. Задній, продовжує тримати правою рукою початок стрічки без шпильки, а рухами лівої руки направляє переднього по створу лінії. Передній, дивлячись на сигнали заднього, в створі лінії  $AB$ , утримує стрічку і слідкує за тим, щоб вона лягла прямо, не зачіплюючись за траву, і з силою  $98,07\text{H}$  ( $10\text{ кг с}$ ) натягує її. Нарешті стрічка лежить в створі лінії  $AB$ . По сигналу заднього мірника "Є!" передній вставляє шпильку в виріз стрічки проти штриха і устромляє її в землю, потім бере ручку стрічки і іде вперед (рис. 1).

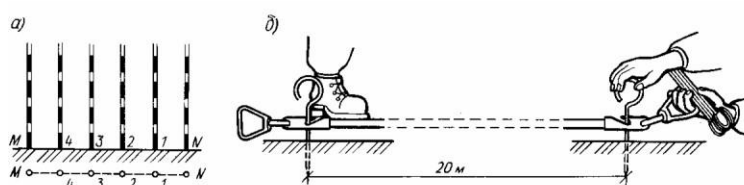


Рис. 1. Вимірювання лінії сталюю стрічкою:

$a$  – провішування лінії;  $b$  – вимірювання лінії

Задній виймає шпильку в точці  $A$  і бере за ручку стрічки іде за переднім, підходить до шпильки, яку тільки що устромив передній, і командує: "Стій!". Прикладає стрічку вирізом до шпильки і знову направляє переднього мірника по створу лінії  $AB$ .

Таким чином прокладається одна стрічка за другою вздовж лінії до тих пір, поки всі одинадцять шпильок не будуть у заднього мірника. Потім він передає десять шпильок передньому мірнику. Не важко здогадатися, що це відбувається через кожні 200 м. Коли вся лінія виміряна, задній мірник підходить до точки  $B$ , причому ще до цього передній мірник повинен протягнути стрічку мимо точки  $B$ , потім вернутися, прикласти до точки стрічку і подивитись, або як говорять "взяти відлік" на стрічці з точністю до сантиметра. Після цього рахують кількість шпильок у заднього мірника (без шпильки, яка встромлена в землю).

Нехай довжина виміряного відрізка становить 6 м 56 см, а в руці заднього мірника дві шпильки і мінявся він шпильками з переднім тільки один раз. Вираховуємо довжину всієї лінії  $AB$ : 200 м (одна передача шпильок) + 40 м

(дві шпильки в руках заднього мірника) + 6,56 м (залишок на останній стрічці) дорівнює 246,56 м.

Тепер нам зрозуміло, чому для роботи потрібно мати не десять, а одинадцять шпильок. Одна шпилька завжди устромлена в землю для зберігання безперервного вимірювання, а десятьма шпильками підраховують прокладені стрічки. Причому цей рахунок чисто автоматичний. Необхідно рахувати тільки передачі і задньому мірнику не забувати витягувати шпильки. Якщо акуратно дотримуватися цих вимог, то не буде помилок при визначенні відстаней.

1.7. Встановити значення вимірюваної лінії, якщо вимірювання проводилися сталеву мірною стрічкою номінальною довжиною  $l_0 = 20$  м. Було проведено  $n$  укладень, а домір склав  $\Delta l$  м. Необхідно ввести поправки за компарування  $l_k$ , температуру  $l_m$  і кривизну поверхні (за редукцію)  $\Delta l_p$ , які дані у міліметрах. Поправка за нахил лінії складала  $\Delta l_v$  см.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n$	2	3	4	3	2	3	4	3	2	3
$\Delta l$ (м)	13,218	8,798	18,007	11,511	17,339	1,123	6,517	10,994	14,862	5,564
$l_k$ (мм)	+1	-1	+2	-2	+3	-3	+2	-2	+1	-1
$l_m$ (мм)	-1	-1	+1	+1	-1	1	-1	+1	-1	+1
$\Delta l_p$ (мм)	1	2	3	2	1	2	3	2	1	2
$\Delta l_v$ (см)	1,0	0,8	1,1	2,9	1,2	3,7	1,3	0,6	1,4	2,5

- встановити попередню вимірну довжину лінії  $L' = l_0 * n + \Delta l$   $L' =$  \_\_\_\_\_ м;

- встановити значення поправки за компарування  $\Delta l_k = l_k * L' / l_0$   $\Delta l_k =$  \_\_\_\_\_ мм;

- встановити значення поправки за температуру  $\Delta l_m = l_m * L' / l_0$   $\Delta l_m =$  \_\_\_\_\_ мм;

- встановити значення всіх поправок у метрах  $\Delta l_k =$  \_\_\_\_\_ м;

$\Delta l_m =$  \_\_\_\_\_ м;

$\Delta l_p =$  \_\_\_\_\_ м;

$\Delta l_v =$  \_\_\_\_\_ м;

- встановити значення горизонтального прокладення лінії за формулою:

$$D = L' + \Delta l_k + \Delta l_m - \Delta l_p - \Delta l_v \quad D = \text{_____ м.}$$

1.8. Обчислити точність вимірювання відстаней світловіддалеміром дистанцій  $D_i$  в міліметрах, якщо середня квадратична похибка (СКП) вимірювання лінії  $m_s$  обчислюється за формулами:  $m_s = 2\text{мм} + 2\text{мм} * D(\text{км})$  для дистанцій до 1 км;

$m_s = 2\text{мм} + 3\text{мм} * D(\text{км})$  для дистанцій від 1 до 5 км;

$m_s = 3\text{мм} + 5\text{мм} * D(\text{км})$  для дистанцій від 5 до 7 км.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_1$ (м)	314,716	4527,198	5142,687	918,634	4075,098	5234,776	6030,874	805,671	2780,004	5409,758
$D_2$ (м)	1688,376	6809,734	591,230	2255,843	468,222	1245,967	229,627	4538,756	537,118	1763,853
$D_3$ (м)	5379,410	98,007	3108,537	6395,865	5005,855	175,852	3691,758	6987,994	5398,673	600,395

- встановити значення вимірних ліній у кілометрах:

$$D_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ км};$$

$$D_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ км};$$

$$D_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ км};$$

- обчислити значення СКП для кожної лінії:

$$m_{s1} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ мм};$$

$$m_{s2} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ мм};$$

$$m_{s3} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ мм}.$$

### Записи числових величин у геодезії.

**Заокруглення** — математична операція, що полягає в заміні числа  $\alpha$  наближеним числом  $\alpha_1$  із меншою кількістю значущих цифр. Число  $\alpha_1$  вибирають так, щоб похибка заокруглення була якомога меншою. Правила заокруглення наближених чисел у геодезії:

- якщо перша цифра що відкидається менше 5, то остання цифра, що залишається не змінюється ( $2,43217 \sim 2,43$ );

- якщо перша цифра, що відкидається більше 5, то остання цифра, що залишається збільшується на одиницю ( $2,4617 \sim 2,5$ ;  $2,45237 \sim 2,5$ );

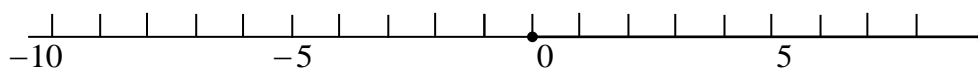
- якщо перша цифра, що відкидається є 5 і за нею йде непарна цифра, то цифра заокруглюється до парної (приклад:  $2,35 \sim 2,4$ ;  $7,45 \sim 7,4$ );

- якщо перша цифра що відкидається є 5 і за нею йде нуль, то цифра заокруглюється до нуля (приклад:  $2,05 \sim 2,0$ ;  $2,3405 \sim 2,340$ ).

В геодезії при проведенні математичних операцій із наближеними числами кількість вірних десяткових знаків у відповіді визначається кількістю десяткових знаків у вихідних даних.

**Від'ємне число** — дійсне число, що менше за нуль. Від'ємні числа розташовані на числовій осі ліворуч від нуля. Від'ємні числа застосовують для позначення числових значень величин, *які можуть змінюватися у двох*

**протилежних напрямках.** У геодезії це приростки координат, перевищення, вертикальні кути, поправки і нев'язки.



**Додавання від'ємних чисел.** Правила виконання додавання двох від'ємних чисел можна проілюструвати на прикладі задачі про зміну температури: Якщо температура повітря ввечері була  $-3^{\circ}$  (до 3 градусів морозу), а потім додалося ще  $-4^{\circ}$  (додалося ще 4 градуси морозу), то температура склала  $-7^{\circ}$ . Отже:

$$-3 + (-4) = -7$$

**Додавання від'ємних і додатних чисел.** При додаванні від'ємного і додатного чисел теж доцільно використовувати температурні аналогії: до  $-8^{\circ}$  (8 градусів морозу) додали  $+5^{\circ}$  (5 градусів тепла). Отже:

$$-8 + 5 = -3$$

**Виймання з від'ємними числами.** Використовуючи температурну аналогію, із  $-3^{\circ}$  (3 градусів морозу) вийняли  $-7^{\circ}$  (забрали 7 градусів морозу). Отже:

$$-3 - (-7) = -3 + 7 = +4$$

Аналогічно діють і при вийманні із від'ємного числа додатного. Із  $-8^{\circ}$  (8 градусів морозу) вийняли  $7^{\circ}$  (забрали 7 градуси тепла)

$$-8 - (+7) = -8 + (-7) = -15$$

**Множення (ділення) за участі від'ємних чисел.** При множенні або діленні двох від'ємних чисел користуються правилом: **«Ворог мого ворога – мій друг»**, або **«мінус на мінус дає плюс»**.

$$-3 * (-2) = 3*2 = 6$$

$$-15 : (-2) = 15 : 2 = 7,5$$

При множенні (діленні) чисел із різними знаками користуються правилом: **«Ворог мого друга – мій ворог»**, або **«мінус на плюс дає мінус, і плюс на мінус дає мінус»**

$$-7 * (+4) = -28$$

$$-9 : (+4) = -2,5$$

**Поняття і запис степені числа.** Для проведення багаторазових операції множення (або поділу) одних і тих же чисел застосовують підведення числа в **степені або видобування кореня з числа** (для поділу).

$$A \cdot A \cdot A \cdot A = A^4$$

Якщо  $n = 1$ , то  $A^1 = A$ . Тому, будь-яке число можна записати у вигляді першої степені цього ж числа. При піднесенні до степені  $0$  будь-якого ненульового числа результатом буде  $1$ :

$$A^0 = 1$$

Усі степені одиниці також дорівнюють  $1$ .

$$A^n = 1$$

У якості показників степені можуть бути використані від'ємні числа. В такому випадку утворюється дріб, в чисельнику якого – одиниця, а у знаменнику – число у степені показника:

$$A^{-3} = \frac{1}{A^3} = \frac{1}{A * A * A}$$

Якщо показник степені представлений у вигляді правильного дробу  $1/n$ , то це число називається **коренем  $n$ -ї степені числа  $A$** , і воно є таким числом  $x$ , що  $x^n = A$ . Корінь позначається виразом:

$$\sqrt[n]{A} = A^{\frac{1}{n}}$$

Піднесення до степені і визначення коренів має найвищий пріоритет в алгебраїчних виразах, якщо в них немає дужок, після йдуть множення-ділення і складання-віднімання.

**Записи чисел у експонентній формі** використовують при записах дуже великого або дуже маленького числа з невеликою кількістю вірних значущих цифр (приклад:  $2,47 * 10^3 = 2470$ ;



$4,5 * 10^{-3}=0,045$ ). **Експоненціальний запис** — представлення чисел у вигляді мантиси і порядку.

$$N = M * n^p$$

де  $N$  — число, що записують;

$M$  — мантиса (десятковий дріб);

$n$  — основа показникової функції (як правило  $n = 10$ );

$p$  (ціле) — порядок;

Число у степені десятки (порядок) показує скільки нулів після коми треба приписати **ДО** коми, або на скільки знаків треба перенести кому вправо (приклад:  $1,2345687 * 10^4 = 12345,687$ ;  $40 * 10^2 = 4000$ ).

Від'ємне число показує скільки нулів після коми треба приписати **ПІСЛЯ** коми або на скільки знаків треба перенести кому вліво (приклад:  $12345,687 * 10^{-2} = 123,45687$ ;  $7,5 * 10^{-4} = 0,00075$ ).

Іноді у комп'ютерах і калькуляторах використовується експонентна форма запису таких чисел. Так число  $4,5 * 10^{-2} = 0,045$  може бути відображеним як  $4,5E-2$ .

**Сума** в математиці це – результат операції додавання чисел, або результат послідовного виконання декількох операцій додавання (підсумовування). При проведенні обчислень результатів геодезичних робіт зустрічається і спрощене позначення суми за допомогою літери  $\Sigma$  що є повним аналогом символу [ ], яке читається «додати всі значення».

$$\varphi = \sum a_i = [a_i]$$

При проведенні обчислень геодезисти намагаються, як правило, використовувати якесь одне із наведених вище позначень сум.

За допомогою процесу додавання встановлюють ймовірніше із декількох результатів значення шуканої (невідомої) величини. У ролі ймовірнішого виступає середнє арифметичне, або арифметична середина яка може позначатися або символом з макроном, тильдою, або з нулем:  $\bar{X}$ , або  $\tilde{X}$ , або  $X^0$ , або  $X_0$ . Вона рахується як сума результатів поділена на кількість результатів вимірювання:

$$S^0 = \frac{[H_i]}{n}$$

де  $S^0$  - значення середнього арифметичного;

$H_i$  - поточні значення (результати вимірювання);

$n$  - кількість вимірювань, що були використані для встановлення ймовірнішого.

**Дріб** — у математиці це представлення чисел або математичних величин у вигляді результату операції ділення. Найчастіше дріб подається у формі  $\frac{a}{b}$ , де *ділене*  $a$  називають чисельником, а

*дільник*  $b$  — знаменником дроби. Також у геодезії рівнозначно застосовують форму  $a:b$  або  $a/b$ .

Дроби застосовують для позначення частин деяких об'єктів. За способом запису дроби діляться на два формати:

$$\text{звичайні } \frac{a}{b} \quad \frac{1}{2000} \quad \text{десяткові (дільник кратний 10) } a, bcdef \quad 0,25716$$

Одною із форм правильного дроби є відносна величина. Відносна величина це – відношення фізичної величини до однорідної величини, яка прийнята за базову. У геодезії відносні величини застосовують для встановлення масштабів і опису точності лінійних вимірювань. Відносна похибка вимірювання - це похибка вимірювання, виражена як відношення абсолютної похибки до результату вимірювання. Відносну похибку у частках вимірюваної величини або у відсотках знаходять із співвідношення:

$$f_{\text{відн}} = \frac{f_{\text{абс}}}{X}$$

де  $X$  – результат вимірювання.

В геодезії відносну похибку представляють у вигляді дроби, в чисельнику якого – одиниця, а у знаменнику – число  $X/f_{абс}$ . Наприклад, якщо лінія, довжиною  $l=175,238$  м виміряна з помилкою  $\Delta l=3,5$  мм, то відносна похибка вимірювання складе:

$$f_{відн} = \frac{f_{абс}}{X} = \frac{3,5\text{мм}}{175,238\text{м}} = \frac{0,0035\text{м}}{175,238\text{м}} = \frac{1}{50068} \approx \frac{1}{50000}$$

Для віднайдення числа 50068 була обчислена величина  $X/f_{абс}=175,238/0,0035$ . Зверніть увагу на те, що перед обчисленням чисельник (3,5 мм) і знаменник (175,238м) були приведені **ДО ОДНАКОВОЇ РОЗМІРНОСТІ**, у прикладі – до метрів.

Ті ж дії проводять і при роботі із іншою відносною величиною – **масштабом**. **Масштаб, мірило** (від нім. *Maß* — міра, і нім. *Stab* — палка) — відношення розмірів зображень об'єкта на топографічних планах і картах до його розмірів на місцевості. Числовий масштаб позначається правильним дробом  $1/M$ , в чисельнику якого – одиниця, а в знаменнику  $M$  – коефіцієнт, що вказує ступінь зменшення об'єкта при перенесенні його на план або карту.

$$\frac{1}{M} = \frac{l}{L}$$

Зверніть увагу на те, що:

- масштаб не може бути від'ємним числом, тобто  $M > 0$ ;
- знаменник масштабу – завжди ціле число;
- для визначення масштабу через розміри об'єкта на плані і на місцевості необхідно, щоб перед обчисленням чисельник ( $l$ ) і знаменник ( $L$ ) були приведені **ДО ОДНОЇ РОЗМІРНОСТІ**;

- коефіцієнт масштабу вказує, скільки одиниць на плані містить **таких же одиниць** на місцевості, тобто *см/см, мм/мм, м/м, ft/ft...*

Враховуючи, що в 1 метрі – 100 сантиметрів (два нулі) в геодезії використовують **ПРАВИЛО ДВОХ НУЛІВ**: Для встановлення коефіцієнту переходу із сантиметрів у метри приберіть ДВА НУЛІ із знаменника масштабу. Приклад: масштаб 1/25000 встановлює, що в 1 см плану/карти – ~~25000~~ 250 м на місцевості.

Враховуючи, що в 1 метрі – 1000 міліметрів (три нулі) в геодезії використовують **ПРАВИЛО ТРЬОХ НУЛІВ**: Для встановлення коефіцієнту переходу із міліметрів у метри приберіть ТРИ НУЛІ із знаменника масштабу. Приклад: масштаб 1/100 000 встановлює, що в 1 мм карти – ~~100 000~~ вкладається 100 м на місцевості.

### Хід роботи.

#### 1. Правила заокруглення чисел у геодезії.

1.1. Заокруглення лінійних величин. З пар вимірювань ліній пряме/зворотне встановити середнє значення кожної лінії і знайти периметр полігону.

- обчислити середні відстані і заокруглити до тисячних метра (до міліметрів):

$$L_1 = \quad \quad \quad \text{м}; \quad L_2 = \quad \quad \quad \text{м}; \quad L_3 = \quad \quad \quad \text{м}; \quad L_4 = \quad \quad \quad \text{м}; \quad L_5 = \quad \quad \quad \text{м};$$

- встановити сумарне значення довжин (периметр полігону) і

$$\text{заокруглити його до тисячних метра (до міліметрів):} \quad \quad \quad \Sigma L_1 = \quad \quad \quad \text{м.}$$

$\frac{L^{пр}}{L_{зв}}$ (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\frac{215,809}{215,812}$	$\frac{255,007}{255,000}$	$\frac{309,310}{309,306}$	$\frac{270,000}{269,997}$	$\frac{199,052}{199,045}$	$\frac{234,008}{233,999}$	$\frac{221,001}{220,998}$	$\frac{198,004}{197,995}$	$\frac{200,002}{200,003}$	$\frac{206,060}{206,057}$
2	$\frac{231,001}{230,998}$	$\frac{98,004}{97,995}$	$\frac{170,002}{169,999}$	$\frac{161,001}{160,998}$	$\frac{111,931}{111,926}$	$\frac{130,002}{129,999}$	$\frac{208,002}{207,995}$	$\frac{115,809}{115,803}$	$\frac{116,060}{116,057}$	$\frac{180,002}{179,999}$
3	$\frac{178,004}{177,995}$	$\frac{115,809}{115,803}$	$\frac{216,060}{216,057}$	$\frac{131,711}{131,708}$	$\frac{180,002}{179,999}$	$\frac{206,060}{206,057}$	$\frac{101,931}{101,926}$	$\frac{231,001}{230,998}$	$\frac{151,001}{150,998}$	$\frac{75,809}{75,813}$
4	$\frac{130,002}{129,999}$	$\frac{231,001}{230,998}$	$\frac{165,809}{165,813}$	$\frac{115,809}{115,813}$	$\frac{146,060}{146,057}$	$\frac{128,004}{127,995}$	$\frac{230,004}{229,999}$	$\frac{106,060}{106,057}$	$\frac{148,074}{148,069}$	$\frac{115,809}{115,804}$
5	$\frac{206,060}{206,057}$	$\frac{80,002}{79,999}$	$\frac{111,711}{111,708}$	$\frac{98,004}{97,995}$	$\frac{201,001}{200,998}$	$\frac{241,931}{241,926}$	$\frac{186,060}{186,057}$	$\frac{211,931}{211,926}$	$\frac{151,711}{151,708}$	$\frac{231,001}{230,998}$

#### 1.2. Заокруглення висот і перевищень.

У результаті тригонометричного нівелювання по сторонах триангуляції III класу отримані значення перевищень по напрямках  $h_i$ . Виконайте заокруглення значень до міліметрів (тисячних).

$h_i$ (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	+12,15894 3	-9,265841	+16,87655 1	+10,23556 8	-18,325589	-4,565087	-6,376474	+7,345587	-4,805491	+4,231568
2	-6,896474	+4,231568	-1,273527	+8,635547	+9,231568	+1,005687	2,865571	-6,002547	3,715687	-5,896474
3	-9,865511	+7,412521	+3,345587	-6,321844	-7,896474	+8,656551	-8,905507	+10,92356	6,656551	+14,26584 1
4	+6,932845	-6,985507	+8,002547	-4,805491	+3,265841	-13,273527	10,115742	+4,231568	-11,273527	-7,805491
5	+4,864491	-11,865742	+11,92356	+5,005687	-2,020255	-0,915547	15,74825	+7,412561	8,345587	+1,412561

- заокруглити до тисячних метра (до міліметрів) – залишивши три знаки після коми:

$$h_1 = \text{_____ м}; h_2 = \text{_____ м}; h_3 = \text{_____ м}; h_4 = \text{_____ м}; h_5 = \text{_____ м};$$

### 1.3. Заокруглення кутових величин.

1.3.1. Під час обробки ходу полігонометрії значення румбічних кутів склали величину  $r_{розр}$ . Заокругліть значення до цілих минут, враховуючи, що у кутових величинах число 30" відповідає числу 0,5 у десяткових дробах.

Варіанти	Румбічні кути																															
	$r_1$				$r_2$				$r_3$				$r_4$				$r_5$				$r_6$				$r_7$							
	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"	ч	о	'	"
1	Пн 3	8 3	5 1	0 8	Пн 3	3 1	5 4	0 4	Пн 3	7 6	1 4	3 0	Пн 3	1 2	5 9	3 7	Пн 3	3 5	1 8	4 4	Пн 3	1 2	5 7	0 8	Пн 3	2 7	3 8	4 8	Пн 3	5 7	1 2	4 4
2	Пн 3	5 7	1 5	3 0	Пн 3	4 5	4 5	3 0	Пн 3	3 9	2 7	0 1	Пн 3	4 7	4 6	3 0	Пн 3	8 9	3 3	2 3	Пн 3	0 5	1 0	3 0	Пн 3	6 5	5 9	2 2	Пн 3	6 5	3 9	2 2
3	Пн 3	1 1	0 6	5 4	Пн 3	7 8	1 1	5 6	Пн 3	5 5	0 5	4 5	Пн 3	6 7	3 4	0 7	Пн 3	8 4	4 0	3 4	Пн 3	5 1	0 6	5 4	Пн 3	2 5	7 1	3 0	Пн 3	2 5	7 1	3 0
4	Пн 3	2 7	2 5	2 3	Пн 3	8 7	5 9	3 7	Пн 3	2 0	1 8	5 4	Пн 3	7 5	1 2	3 3	Пн 3	6 0	2 8	2 8	Пн 3	6 6	2 5	2 3	Пн 3	6 6	2 5	3 3	Пн 3	3 4	5 4	0 3
5	Пн 3	7 8	0 0	4 1	Пн 3	5 6	4 3	0 1	Пн 3	5 7	3 3	2 3	Пн 3	5 5	5 1	0 8	Пн 3	0 6	3 0	3 1	Пн 3	3 6	0 0	4 1	Пн 3	8 4	4 3	0 1	Пн 3	8 4	3 1	0 1
6	Пн 3	8 4	3 7	2 9	Пн 3	8 8	3 7	1 9	Пн 3	8 1	4 0	3 4	Пн 3	4 5	1 5	3 0	Пн 3	4 5	5 9	3 4	Пн 3	1 1	3 7	2 9	Пн 3	1 8	3 0	1 9	Пн 3	1 8	3 0	1 9
7	Пн 3	3 3	5 9	3 1	Пн 3	8 8	4 2	2 8	Пн 3	4 6	2 8	2 8	Пн 3	1 9	0 6	5 4	Пн 3	7 8	1 2	1 7	Пн 3	4 0	5 9	3 5	Пн 3	7 6	4 2	2 8	Пн 3	7 6	4 2	2 8
8	Пн 3	2 6	4 0	3 0	Пн 3	4 6	2 6	3 0	Пн 3	9 1	3 1	3 0	Пн 3	5 0	2 5	2 3	Пн 3	5 9	1 4	3 0	Пн 3	6 9	4 6	3 0	Пн 3	6 9	4 6	3 0	Пн 3	3 8	2 6	3 0
9	Пн 3	4 4	3 4	0 7	Пн 3	8 9	3 2	3 7	Пн 3	2 2	5 9	3 3	Пн 3	6 2	0 0	4 1	Пн 3	6 7	2 7	0 7	Пн 3	2 7	3 4	0 7	Пн 3	2 4	3 7	0 7	Пн 3	2 2	3 2	3 7
10	Пн 3	8 3	1 2	3 3	Пн 3	4 8	0 8	4 2	Пн 3	6 9	1 2	3 7	Пн 3	1 1	3 7	2 9	Пн 3	1 8	5 5	4 5	Пн 3	1 9	4 2	3 3	Пн 3	4 9	1 2	3 3	Пн 3	4 2	0 8	4 2

- заокругліть значення кутів і випишіть їх нижче, з наданням часті:

$$r_1 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; r_2 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; r_3 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; r_4 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'';$$

$$r_5 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; r_6 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; r_7 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''.$$

1.3.2. Рішення оберненої геодезичної задачі надало значення дирекційних кутів  $\alpha_{розр}$ . Заокругліть значення до десятих секунд.

- заокругліть значення кутів до десятих секунди, залишивши один знак після коми:

$$\alpha_1 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; \alpha_2 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; \alpha_3 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'';$$

$$\alpha_4 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''; \alpha_5 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}'';$$

Варіанти	Дирекційні кути																			
	$\alpha_1$				$\alpha_2$				$\alpha_3$				$\alpha_4$				$\alpha_5$			
	о	'	''	'''	о	'	''	'''	о	'	''	'''	о	'	''	'''	о	'	''	'''

1	302	46	30,45897 5	146	26	57,00689 4	209	31	13,37865 1	350	25	23,05060 8	59	14	51,30405 7
2	183	12	33,03658 9	48	30	42,83254 6	269	12	17,26445 7	11	37	12,96832 4	18	05	45,66342 9
3	178	00	41,54871 2	356	43	01,50678 4	57	33	23,06284 5	155	51	08,21835 7	100	31	30,91035 4
4	33	59	31,22664 7	98	42	28,37849 6	246	28	28,82346 1	319	06	54,65249 3	78	12	17,80635 4
5	284	37	29,03095 1	178	37	19,15976 4	281	40	34,30406 7	304	15	30,52479 6	45	59	34,22865 1
6	311	06	54,12765 4	78	11	56,85647 3	5	05	45,56247 2	167	34	07,02579 3	284	40	3,340692
7	183	51	08,37140 1	203	12	5,903267 4	76	54	30,32905 1	112	59	37,78593 4	235	18	54,77432 8
8	257	15	30,09538 4	45	45	30,81275 6	39	27	01,89346 0	47	46	30,30652 9	89	33	23,26539 8
9	27	25	23,20471 9	87	59	37,36529 1	20	18	54,00736 5	75	12	33,90547 3	60	28	28,00367 5
10	44	34	07,83649 2	89	32	47,60765 8	22	49	33,88602 7	62	00	41,45286 1	67	27	01,98060 7

1.3.3. Заокругліть значення зенітних відстаней  $z_i$ , отриманих під час триангуляційних робіт до десятих минут.

Варіанти	Зенітні відстані											
	$z_1$		$z_2$		$z_3$		$z_4$		$z_5$		$z_6$	
	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
1	72	28,823461	86	51,304057	91	37,785934	70	00,019233	70	47,340692	80	22,545658
2	83	34,304067	78	30,006894	69	00,306529	81	54,774328	90	08,893460	78	30,378651
3	78	45,562472	86	00,832546	77	33,905473	75	23,265398	91	54,007365	69	17,264457
4	90	30,329051	90	17,806354	86	41,452861	90	28,003675	78	00,886027	73	23,062845
5	84	01,893460	78	34,228651	90	46,050608	64	00,910607	85	23,812756	83	41,548712
6	91	54,007365	88	08,218357	85	12,968324	67	23,204719	84	00,127654	90	31,226647
7	83	33,886027	90	54,652493	76	30,812756	72	00,836492	75	0,371401	67	29,030951
8	87	04,506784	85	30,524796	69	54,127654	87	30,910354	89	17,264457	85	00,365291
9	77	00,378496	87	17,025793	70	28,371401	75	56,856473	80	33,062845	71	47,607658
10	84	19,159764	89	33,036589	82	45,663429	72	5,9032674	69	00,340692	81	30,095384

- заокругліть значення кутів, залишивши один знак після коми і випишіть їх нижче:

$$z_1 = \text{---}^\circ \text{---}' ; \quad z_2 = \text{---}^\circ \text{---}' ; \quad z_3 = \text{---}^\circ \text{---}' ;$$

$$z_4 = \text{---}^\circ \text{---}' ; \quad z_5 = \text{---}^\circ \text{---}' ; \quad z_6 = \text{---}^\circ \text{---}' ;$$

1.4. Заокруглення площ.

Аналітичне визначення площ фрагментів земельної ділянки складної форми видало значення площ  $p_i$  у квадратних метрах. Заокругліть значення до цілих квадратних метрів, перерахуйте значення у сотки і гектари та заокругліть до десятих сотки і до соті гектару.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(\text{м}^2)$	125684,561 7	438903,152 7	259671,710 6	175689,557 1	102687,083 4	381087,151 8	364284,754 8	118867,635 4	195681,558 6	136864,570 6

- площа ділянки у квадратних метрах складе:

$$S = \text{---} \text{ м}^2 ;$$

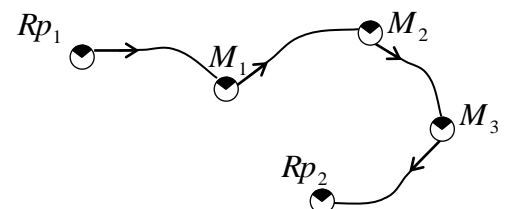
- встановити площу  $S$  у сотках (арах)  
ар;

$$S = \text{---} ;$$

- встановити площу  $S$  у гектарах

$$S = \text{---} \text{ га} ;$$

2. Операції із від'ємними числами.



2.1. Нівелірний хід III класу складається із 4 секцій. Встановити теоретичну суму перевищень по кожній секції і вирахувати теоретичне перевищення по ходу, якщо висоти реперів  $R_p$  і марок  $M$  складають:

Висоти H, (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R_{p1}$	215,809	256,007	310,310	270,008	198,052	234,008	221,001	199,004	200,002	206,06
$M_1$	213,187	253,634	307,511	267,836	195,673	231,956	218,768	196,837	197,769	203,934
$M_2$	212,998	253,059	307,465	267,441	195,240	231,368	218,403	196,554	197,342	203,482
$M_3$	212,876	252,906	307,007	267,005	194,997	231,004	218,107	196,135	197,007	203,003
$R_{p2}$	210,010	250,762	304,934	264,371	192,012	228,989	215,571	193,821	194,638	200,895

- встановити перевищення по секції  $R_{p1}:M_1$   $h_1 = H_{кінц} - H_{поч}$   $h_1 =$  \_\_\_\_\_ м;

- встановити перевищення по секції  $M_1:M_2$   $h_2 =$  \_\_\_\_\_ м;

- встановити перевищення по секції  $M_2:M_3$   $h_3 =$  \_\_\_\_\_ м;

- встановити перевищення по секції  $M_3:R_{p2}$   $h_4 =$  \_\_\_\_\_ м;

- встановити сумарне перевищення по секціях:  $\Sigma_{\text{теор}} = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$   
 $\Sigma_{\text{теор}} =$  \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ м;

- проконтролювати сумарне перевищення по ходу за формулою:  
 $\Sigma_{\text{теор}} = H_{кінц} - H_{поч} = H_{R_{p2}} - H_{R_{p1}}$   $\Sigma_{\text{теор}} =$  \_\_\_\_\_ м.

2.2. Визначити висоту пікетних точок при мензульному зніманні номограмним кіпрегелем КН якщо відомі:  $i$  – висота інструмента в метрах,  $K$  – коефіцієнт номограми,  $a$  – відлік по рейці по кривій номограми у міліметрах,  $v$  – висота наведення у метрах.

Ва- рі- ант	Висот а істру- мента i	Відліки по пікетах																	
		пікет 1			пікет 2			пікет 3			пікет 4			пікет 5			пікет 6		
		K	a	v	K	a	v	K	a	v	K	a	v	K	a	v	K	a	v
			мм	м		мм	м		мм	м		мм	м		мм	м		мм	м
1	0,783	-10	1106	1,0	-20	0261	0,5	-100	0163	2,0	-200	0162	0,3	-500	0031	0,7	-10	0723	1,5
2	0,697	-20	1537	0,5	-100	0498	0,6	-200	0008	1,8	-500	0074	0,5	-10	0056	0,8	-20	1108	1,5
3	0,689	-100	0192	1,5	-200	0245	0,8	-500	0003	1,5	-20	1945	0,5	-10	2160	1,0	-20	0004	2,0
4	0,715	-200	0037	2,0	-500	0035	1,0	-20	0126	1,0	-100	0163	0,7	-10	2181	1,2	-20	2301	1,8
5	0,738	-500	0025	2,5	-20	1876	1,0	-10	1962	1,0	-20	2171	1,0	-100	0147	1,5	-200	0084	2,2
6	0,746	-500	0067	1,0	-100	0194	1,5	-200	0173	0,8	-20	2509	1,0	-10	1653	1,5	-10	0137	2,5
7	0,791	-200	0047	0,8	-500	0084	2,0	-20	2161	0,5	-100	0243	1,5	-20	0105	2,0	-10	1645	0,5
8	0,724	-100	0163	0,6	-200	0136	2,2	-500	0081	0,5	-20	2600	1,5	-20	1994	2,2	-10	0203	0,7
9	0,765	-20	1608	1,0	-100	0117	2,5	-200	0142	0,3	-500	0008	2,0	-20	1382	1,0	-10	0086	1,0
10	0,783	-10	2417	1,2	-20	2327	1,0	-100	0004	1,0	-200	0046	2,3	-500	0012	0,5	-10	1376	1,5

- визначити перевищення за формулою:  $h_i = K * a + i - v$ . Пам'ятайте, що відлік  $a$  даний у міліметрах!

пікет 1  $h_1 =$  \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ м;

пікет 2  $h_2 =$  \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ м;

пікет 3  $h_3 =$  \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ м;

пікет 4  $h_4 =$  \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ м;

пікет 5  $h_5 =$  \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ м;

пiкет 6

$$h_6 = \text{_____} * \text{_____} + \text{_____} - \text{_____} = \text{_____} + \text{_____} - \text{_____} = \text{_____} \text{ м.}$$

2.3. Визначить координати точок замкнутого теодолітного ходу в умовній системі координат, якщо дані приростки  $\Delta X$  і  $\Delta Y$  у метрах і координати вихідної точки  $X_1=0,000$  м,  $Y_1=0,000$  м.

Вариант	Приростки координат (м)									
	1-2		2-3		3-4		4-5		5-1	
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X$	$\Delta Y$
1	+180,76 8	+201,56 8	-224,513	-234,682	-101,837	+170,79 5	-101,982	-237,686	+247,56 4	+100,00 5
2	-209,564	+216,93 4	-137,594	-213,682	+222,53 8	-174,361	+209,86 4	+197,56 2	-85,244	-26,453
3	-183,657	-207,604	+170,26 1	-215,634	+228,94 1	+208,00 5	-116,817	+137,64 0	-98,728	+77,593
4	+169,53 1	-176,853	-246,351	-201,205	-157,860	+164,38 5	+174,46 0	+109,86 4	+60,220	+103,80 9
5	-227,845	-106,537	+143,26 4	-115,973	-230,634	+120,56 7	+173,68 4	-145,068	+141,53 1	+247,01 1
6	-209,860	+190,05 7	+137,64 0	-98,728	+77,593	-209,564	+216,93 4	-137,594	-222,307	+255,82 9
7	+248,61 7	-156,431	-63,985	-75,861	+83,426	+169,53 1	-176,853	-146,351	-91,205	+209,11 2
8	+212,00 7	+172,35 6	-234,682	-101,837	+89,365	-101,982	+71,008	-83,264	-137,698	+114,72 7
9	+173,62 5	-168,443	-174,361	+209,86 4	+97,562	-85,244	+137,68 7	+248,50 5	-234,513	-204,682
10	-168,953	+242,00 1	+158,00 5	-116,817	+137,64 0	-98,728	-249,594	-111,682	+122,90 2	+85,226

- обчисліть значення координат точки 2 і всіх наступних точок за формулами:

$$X_{наст} = X_{попер} + \Delta X_i$$

та

$$Y_{наст} = Y_{попер} + \Delta Y_i$$

$$X_2 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м}$$

$$Y_2 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м};$$

$$X_3 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м}$$

$$Y_3 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м};$$

$$X_4 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м}$$

$$Y_4 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м};$$

$$X_5 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м}$$

$$Y_5 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м.}$$

- проведіть контрольні обчислення, розрахувавши координати точки 1 через координати точки 5:

$$X_1 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м}$$

$$Y_1 = \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м.}$$

2.4. Під час обробки замкнутого теодолітного ходу встановлені виміряні приростки координат  $\Delta X_i$  і  $\Delta Y_i$  у метрах та відповідні поправки  $\delta_{\Delta X_i}$  і  $\delta_{\Delta Y_i}$  у міліметрах. Обчисліть виправлені значення приростків координат  $\Delta X_i^{випр}$  і  $\Delta Y_i^{випр}$  у метрах.

Вариант	Приростки координат і поправки до них									
	1		2		3		4		5	
	$\delta_{\Delta X_i}$ (мм) $\Delta X_i$ (м)	$\delta_{\Delta Y_i}$ (мм) $\Delta Y_i$ (м)	$\delta_{\Delta X_i}$ (мм) $\Delta X_i$ (м)	$\delta_{\Delta Y_i}$ (мм) $\Delta Y_i$ (м)	$\delta_{\Delta X_i}$ (мм) $\Delta X_i$ (м)	$\delta_{\Delta Y_i}$ (мм) $\Delta Y_i$ (м)	$\delta_{\Delta X_i}$ (мм) $\Delta X_i$ (м)	$\delta_{\Delta Y_i}$ (мм) $\Delta Y_i$ (м)	$\delta_{\Delta X_i}$ (мм) $\Delta X_i$ (м)	$\delta_{\Delta Y_i}$ (мм) $\Delta Y_i$ (м)
1	-2 +83,438	-2 +169,542	-1 -63,985	-1 -75,861	-3 -91,205	-3 +209,112	-3 -176,853	-2 -146,351	-3 +248,617	-3 -156,431
2	-1 +89,376	-1 -101,971	-3 -234,682	-3 -101,837	-2 -137,698	-2 +114,727	-2 +71,008	-2 -83,264	-3 +212,007	-3 +172,356
3	-2 -230,621	-2 +120,579	-2 +143,264	-2 -115,973	-3 +141,531	-3 +247,011	-3 +173,684	-2 -145,068	-3 -227,845	-3 -106,537

4	-2	-2	-1	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3
	+77,605	-209,551	+137,64	-98,728	-222,307	+255,829	+216,934	-137,594	-209,86	+190,057
5	-2	-2	-3	-3	-2	-2	-3	-3	-3	-3
	-101,824	+170,808	-224,513	-234,682	+247,564	+100,005	-101,982	-237,686	+180,768	+201,568
6	-3	-3	-3	-2	-1	-1	-3	-3	-3	-3
	+222,551	-174,349	-137,594	-213,682	-85,244	-26,453	+209,864	+197,562	-209,564	+216,934
7	-1	-1	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-3	-3
	+97,575	-85,232	-174,361	+209,864	-234,513	-204,682	+137,687	+248,505	+173,625	-168,443
8	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-3	-3	-3	-3
	+137,652	-98,717	+158,005	-116,817	+122,902	+85,226	-249,594	-111,682	-168,953	+242,001
9	-3	-3	-3	-3	-1	-1	-2	-2	-3	-3
	+228,953	+208,017	+170,261	-215,634	-98,728	+77,593	-116,817	+137,64	-183,657	-207,604
10	-3	-2	-3	-4	-1	-2	-2	-2	-3	-2
	-157,848	+164,397	-246,351	-201,205	+60,22	+103,809	+174,46	+109,864	+169,531	-176,853

- обчисліть значення виправлених приростків координат за формулами:

$$\Delta X_i^{випр} = \Delta X_i + \delta_{\Delta X_i}$$

та

$$\Delta Y_i^{випр} = \Delta Y_i + \delta_{\Delta Y_i}$$

**Пам'ятайте, що приростки і поправки дані не в одному розмірнику!**

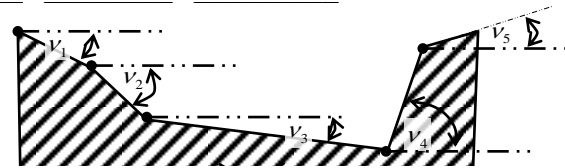
$\Delta X_1^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м	$\Delta Y_1^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м;
$\Delta X_2^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м	$\Delta Y_2^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м;
$\Delta X_3^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м	$\Delta Y_3^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м
$\Delta X_4^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м	$\Delta Y_4^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м;
$\Delta X_5^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м	$\Delta Y_5^{випр} =$	_____	+	_____	=	_____	м.

- проведіть контрольні обчислення, розрахувавши суми виправлених приростків, які у замкненому ході повинні дорівнювати нулю.

$$\sum \Delta X_i^{випр} = \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м};$$

$$\sum \Delta Y_i^{випр} = \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} = \text{_____} \text{ м}.$$

2.5. При геодезичному обстеженні котловану встановлено значення вертикальних кутів (укосів схилів)  $v_i$ . Встановіть результуюче (сумарне) значення укосів стінок котловану  $v_{рез}$ .



Варианти	Вертикальні кути (укоси схилу)														
	$v_1$			$v_2$			$v_3$			$v_4$			$v_5$		
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"
1	-9	07	12	-11	01	33	-3	22	13	+20	09	24	+3	20	18
2	-7	08	15	-15	20	30	-2	20	11	+21	14	18	+3	33	22
3	-8	09	17	-18	21	27	-1	19	13	+23	16	14	+4	32	27
4	-10	10	14	-14	22	34	-0	23	10	+19	19	14	+5	35	28
5	-9	11	13	-12	27	33	-1	18	11	+21	28	21	+1	27	20
6	-6	10	11	-11	16	37	-2	20	11	+16	22	18	+3	23	25
7	-10	14	15	-13	13	29	-3	19	15	+20	25	24	+6	20	19
8	-7	08	12	-12	25	36	-2	17	11	+17	22	28	+4	27	15
9	-8	07	11	-10	23	33	-1	18	15	+18	19	17	+1	28	26
10	-9	10	16	-14	22	28	-0	16	13	+16	29	25	+7	18	16

- складіть порангово вертикальні кути  $v_1$  і  $v_2$  пам'ятаючи, що в 1 градусі – 60 минут, а в 1 минуті – 60 секунд:

$$v_1 + v_2 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" + \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}";$$

- складіть порангово вертикальні кути  $v_3$  і суму кутів  $v_1 + v_2$ :

$$v_3 + (v_1 + v_2) = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" + \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}";$$

- складіть порангово вертикальні кути  $v_4$  і  $v_5$ :

$$v_4 + v_5 = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" + \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}";$$

- складіть порангово суми вертикальних кутів ( $v_1 + v_2 + v_3$ ) та ( $v_4 + v_5$ ):

$$v_{рез} = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" + \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}" = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}"$$

### 3. Поняття і запис степені числа.

3.1. Координати точок  $X_i$  і  $Y_i$  надані у метрах. Запишіть координати у експонентній формі із мантисою  $M$  і основою  $n=10$ . При цьому мантиса повинна лежати у межах  $1 < M < 10$  і бути заокруглена до **6 знаків після коми**.

$X_i$ (м) $Y_i$ (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\frac{6374215,80}{2}$ 4157215,81	$\frac{7068255,00}{7}$ 3864255,00	$\frac{5619309,31}{0}$ 7211309,30	$\frac{4523270,03}{7}$ 8173269,99	$\frac{3378199,05}{2}$ 6815199,04	$\frac{8853234,00}{8}$ 1147233,99	$\frac{6762115,80}{9}$ 2798115,80	$\frac{2098161,00}{1}$ 9848160,99	$\frac{1797130,00}{3}$ 5281129,99	$\frac{5439206,06}{9}$ 4502206,05
2	$\frac{6748231,00}{1}$ 4524230,99	$\frac{7281998,07}{4}$ 3510797,99	$\frac{5963170,00}{2}$ 7694169,99	$\frac{4098161,00}{8}$ 8848160,99	$\frac{3591511,93}{1}$ 6470191,92	$\frac{8694130,00}{2}$ 1730129,99	$\frac{6614231,00}{6}$ 2269230,99	$\frac{2761231,71}{4}$ 9364135,70	$\frac{1904286,06}{1}$ 5655206,05	$\frac{5200128,03}{4}$ 4345127,99
3	$\frac{6815178,07}{4}$ 4132177,99	$\frac{7762115,80}{9}$ 3798145,80	$\frac{5507276,06}{0}$ 7129216,05	$\frac{4761231,71}{9}$ 8364138,70	$\frac{3779180,00}{7}$ 6590179,99	$\frac{8439236,06}{4}$ 1502206,05	$\frac{6568428,00}{2}$ 2319079,92	$\frac{2280115,80}{9}$ 9794115,81	$\frac{1374215,80}{9}$ 5157215,81	$\frac{5156241,93}{1}$ 4829241,92
4	$\frac{6797130,00}{4}$ 4281129,99	$\frac{7614231,00}{1}$ 3269230,99	$\frac{5338165,80}{9}$ 7074165,81	$\frac{4280115,80}{9}$ 8794115,81	$\frac{3030146,06}{7}$ 6768146,05	$\frac{8200128,00}{4}$ 1345127,99	$\frac{6068255,00}{7}$ 2864255,00	$\frac{2166598,00}{4}$ 9348797,99	$\frac{1748231,01}{1}$ 5524230,99	$\frac{5853234,00}{8}$ 4147233,90
5	$\frac{6904216,06}{3}$ 4655206,05	$\frac{7568428,00}{6}$ 3319079,99	$\frac{5290111,71}{1}$ 7563111,70	$\frac{4166598,05}{4}$ 8348797,99	$\frac{3951201,00}{1}$ 6938200,99	$\frac{8156241,93}{1}$ 1829241,92	$\frac{6281998,07}{4}$ 2510797,99	$\frac{2523270,03}{7}$ 9173269,99	$\frac{1815178,00}{4}$ 5132177,99	$\frac{5694130,00}{5}$ 4730129,99

- перенесіть кому на  $p$  знаків ліворуч (наприклад  $85218676,916 \rightarrow 8,5218676916$ ), заокругліть мантису до 6 знаків після коми (у прикладі:  $8,5218676916 \sim 8,521868$ ) та запишіть число у експонентній формі із основою  $10$  і показником  $p$  (у прикладі  $p=7$ ):  $85218676,916=8,521868*10^7$ .

точка 1

$$X = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

$$Y = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

точка 2

$$X = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

$$Y = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

точка 3

$$X = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

$$Y = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

точка 4

$$X = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

$$Y = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

точка 5

$$X = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m;$$

$$Y = \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____}, \text{_____} \sim \text{_____}, \text{_____} \rightarrow \text{_____} * 10 - m.$$

3.2. При спостереженні за нахилом антени встановлені зрушення верху споруди від вертикалі по сторонах світу відносно її низу  $\delta_{Пн-Пд}$  та  $\delta_{Сх-Зх}$  у міліметрах. Надати значення зрушень у метрах. Виразити значення у експонентній формі, попередньо заокругливши мантиси до 2 знаку після коми. При цьому мантиса повинна лежати у межах  $0 < M < 1$ .



$\delta_{Пн-Пд}$ $\delta_{Сх-Зх}$	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
мм	$\frac{-3,7142}{-1,0028}$	$\frac{+2,2861}{-4,8735}$	$\frac{-2,1072}{+3,5329}$	$\frac{-1,4505}{-2,7412}$	$\frac{+4,6054}{-3,2811}$	$\frac{-2,5576}{+3,8209}$	$\frac{-3,3472}{-4,1806}$	$\frac{+2,7437}{-2,8514}$	$\frac{-4,6558}{+3,9387}$	$\frac{-2,4137}{-2,8561}$

-переведіть значення зрушень  $\delta_{Пн-Пд}$  та  $\delta_{Сх-Зх}$  у метри;

- перенесіть кому на  $p$  знаків праворуч (наприклад  $0,0000000567891 \rightarrow 0,567891$ ), заокругліть мантису до 3 знаків після коми (у прикладі:  $0,567891 \sim 0,568$ ) та запишіть число у експонентній формі із основою  $10$  і показником  $p$  (у прикладі  $p=7$ ):  $0,0000000567891 = 0,568 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

$$\delta_{Пн-Пд} = \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \text{ мм} \rightarrow \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \text{ м} \sim \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} * 10 \text{ — м};$$

$$\delta_{Сх-Зх} = \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \text{ мм} \rightarrow \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \text{ м} \sim \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} * 10 \text{ — м}.$$

3.3. Встановіть горизонтальне прокладення між точками місцевості  $S$  по їх координатах  $X$  і  $Y$  (рішення оберненої геодезичної задачі). Значення горизонтального прокладення заокругліть до 3 знаків після коми (до міліметрів).

$X_i$ (м) $Y_i$ (м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	$\frac{6762115,80}{9}$	$\frac{6568428,00}{2}$	$\frac{6288740,67}{7}$	$\frac{6799517,63}{3}$	$\frac{6815178,07}{4}$	$\frac{6748231,00}{1}$	$\frac{6614231,00}{6}$	$\frac{6374215,80}{9}$	$\frac{6068255,04}{7}$	$\frac{2166598,00}{4}$
	$\frac{2798115,46}{3}$	$\frac{2319079,92}{9}$	$\frac{2517668,62}{4}$	$\frac{4287532,68}{4}$	$\frac{4132177,99}{5}$	$\frac{4524230,99}{8}$	$\frac{2270546,44}{1}$	$\frac{4157215,81}{2}$	$\frac{2864235,10}{9}$	$\frac{9348797,99}{5}$
II	$\frac{6764912,63}{7}$	$\frac{6560371,94}{7}$	$\frac{6281998,07}{4}$	$\frac{6797130,00}{4}$	$\frac{6818276,60}{4}$	$\frac{6740058,21}{4}$	$\frac{6619983,20}{3}$	$\frac{6378746,23}{0}$	$\frac{6065287,64}{3}$	$\frac{2169632,54}{7}$
	$\frac{2792116,38}{4}$	$\frac{2319526,29}{3}$	$\frac{2510797,99}{5}$	$\frac{4281129,99}{9}$	$\frac{4131112,57}{2}$	$\frac{4525544,72}{1}$	$\frac{2269230,99}{8}$	$\frac{4155324,95}{1}$	$\frac{2867688,85}{1}$	$\frac{9342145,63}{8}$

- обчисліть приростки абсцис і ординат за формулами:  $\Delta X = X_{II} - X_I$ ;  $\Delta Y = Y_{II} - Y_I$

$$\Delta X = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м} \quad \Delta Y = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м};$$

- підведіть  $\Delta X$  до квадрату:

$$\Delta X^2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}.$$

- підведіть  $\Delta Y$  до квадрату:

$$\Delta Y^2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}.$$

- обчисліть значення  $S$  за формулою:  $S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$

$$S = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}} = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}.$$

#### 4. Основні операції із дробовими числами.

4.1. Розрахуйте масштаб плану, якщо дані довжини відрізка на плані  $l$  (мм) і на місцевості  $L$  (м).

Відр і-зок	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l$ (мм)	27,8	18,6	31,7	14,8	27,8	10,6	21,0	12,8	42,2	28,4
$L$ (м)	55,6	93,0	31,7	29,6	13,9	53,0	4,20	12,8	4,2	14,2

- пам'ятаючи, що масштаб – це коефіцієнт що вказує, скільки одиниць на плані містить таких же одиниць на місцевості, переведіть метри у міліметри:

$$L = \underline{\hspace{1cm}} \text{ мм}$$

- для встановлення знаменника масштабу використовуйте формулу:  $\frac{1}{M} = \frac{l}{L} \Rightarrow M = \frac{L}{l}$

$$M = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \quad \text{тобто} \quad \frac{1}{M} = \frac{1}{\underline{\hspace{1cm}}}$$

**Пам'ятайте, що знаменник масштабу – ціле число, що кратне 100!**

4.2. На карті проміряні 5 відрізків. Встановіть їх довжину на місцевості  $L_i$  (м), якщо масштаб карти  $M$ , а довжини відрізків  $l_i$  (см).

Варіанти										
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>M</i>	1:5000	1:10 000	1:25 000	1:50 000	1:100 000	1:200 000	1:250 000	1:500 000	1:25 000	1:50 000
<i>l</i> <sub>1</sub> (см)	17,8	18,6	11,7	14,8	15,8	10,3	13,1	12,6	19,2	18,4
<i>l</i> <sub>2</sub> (см)	3,8	4,6	7,1	5,5	2,9	6,3	8,7	2,2	2,1	6,5
<i>l</i> <sub>3</sub> (см)	25,3	26,8	21,4	21,5	27,1	22,9	20,5	23,8	25,8	29,3
<i>l</i> <sub>4</sub> (см)	30,5	38,6	33,5	39,1	36,6	32,5	35,2	34,9	31,6	37,1
<i>l</i> <sub>5</sub> (см)	0,5	0,2	0,3	0,8	0,4	0,7	0,6	0,1	0,9	0,8

- використовуючи **правило двох нулів** перерахуйте довжини відрізків на карті, у довжини відповідних відрізків на місцевості за формулою:  $L_i = l_i * M / 100$ .

$$L_1 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; \quad L_2 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$L_3 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; \quad L_4 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$L_5 = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$$

4.3. Встановіть, яку довжину на місцевості  $L_i$  матимуть відрізки довжини  $l$  на карті/плані у масштабах, що відповідають масштабному ряду.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>l</i> (мм)	16,3	18,1	19,2	11,7	13,5	12,8	14,4	10,6	15,1	17,6

- використовуючи **правило трьох нулів** встановити довжини за формулою  $L_i = l_i * M / 1000$ :

для масштабу 1:100 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:200 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:500 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:1000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:2000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:5000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}$

для масштабу 1:10 000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:25 000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$

для масштабу 1:50 000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$

для масштабу 1:100 000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$

для масштабу 1:200 000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$

для масштабу 1:500 000 довжина на місцевості складе  $L_i = l_i * M / 1000 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}.$

4.4. Встановіть величину відносної похибки  $f_{відн}$  і охарактеризуйте точність полігонометричних робіт, якщо абсолютна похибка  $f_{абс}$  і периметр полігону  $\Sigma S$ . Згідно **Інструкції з топографічного знімання ГКНТА-2.04-02-98** відносна похибка ходу полігонометрії: III класу – не менше 1/50000,

IV класу – не менше 1/25000, 1 розряду – не менше 1/10000, 2 розряду – не менше 1/5000.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_{абс}$ (мм)	224,8	86,7	180,4	514,3	348,6	331,4	224,8	89,4	197,6	320,7
$\Sigma S$ (м)	3128,567	3204,756	3716,589	3090,562	3467,852	3357,067	3162,964	3555,627	3624,966	3234,751

- привести значення периметру полігона до міліметрів

$$\Sigma S = \frac{\quad}{\quad} \text{ м} = \frac{\quad}{\quad} \text{ мм};$$

- встановити знаменник відносної похибки за формулою:  $f_{\text{відн}} = \frac{1}{ЗНАМ} = \frac{f_{\text{абс}}}{\Sigma S} \Rightarrow ЗНАМ = \frac{\Sigma S}{f_{\text{абс}}}$ .

**Пам'ятайте, що знаменник відносної похибки ЗАВЖДИ ЦІЛЕ ЧИСЛО!**

$$f_{\text{відн}} = \frac{1}{ЗНАМ} = \frac{f_{\text{абс}}}{\Sigma S} \Rightarrow ЗНАМ = \frac{\Sigma S}{f_{\text{абс}}} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

- пам'ятаючи, що **чим більше знаменник, тим менший дріб**, порівняйте показник із вимогами **Інструкції** і зробіть висновки щодо віднесення даних полігонометричних робіт до певного класу точності. Випишіть у інтервалі ліворуч і праворуч граничні значення із вимог **Інструкції**, а по центру – отримане значення знаменника:

$$\frac{1}{\quad} < \frac{1}{\quad} < \frac{1}{\quad};$$

тобто, дані роботи відносяться до полігонометрії \_\_\_\_\_.

4.5. Розрахуйте максимально допустиме значення абсолютної похибки  $f_{\text{абс}}$ , яке дозволить віднести полігонометричні роботи із завдання 4.4. до полігонометрії 1 розряду ( $f_{\text{відн}} < 1/10000$ ).

- для досягнення точності полігонометрії 1 розряду  $f_{\text{відн}} < 1/10000$  абсолютна похибка має скласти:

$$f_{\text{відн}} = \frac{1}{ЗНАМ} = \frac{f_{\text{абс}}}{\Sigma S} \Rightarrow f_{\text{абс}} = \frac{\Sigma S(\text{м})}{ЗНАМ(\text{Інстр})} \quad f_{\text{абс}} = \frac{\Sigma S(\text{м})}{10000} = \frac{\quad}{\quad} \text{ м} = \frac{\quad}{\quad} \text{ мм}$$

## Міри кутових величин. Операції із кутовими величинами

### 1. Міри кутових величин

Градусна міра кута.

Традиційно для геодезії кути вимірюють у кутових градусах, минутах і секундах. При цьому, кожен із градусів ділиться на 60 минут, кожна з минут на 60 секунд. Градуси позначаються значком  $^{\circ}$ , наприклад,  $37^{\circ}$ , минути штрихами  $'$ , наприклад  $27,8'$ , а секунди подвійними штрихами  $''$ , наприклад  $08,3''$ . Градус (латиною «крюк») – центральний кут відповідний  $1/360$  частини кола.

Градус  $1^{\circ} = 60' = 3600'' = 1/360$  кола,

Минута  $1' = 60'' = 1/21\,600$  кола,

Секунда  $1'' = 1/77\,760\,000$  кола.

### Радіанна міра кута.

Радіан - центральний кут, що відповідає дузі кола рівній його радіусу:

$$\varphi_{\text{рад}} = s / R \quad (s = \varphi_{\text{рад}} R, R = s / \varphi_{\text{рад}})$$

Зв'язок градусної міри із радіанами: в одному радіані

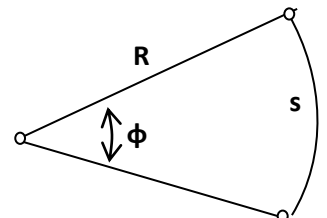
число градусів  $\rho^{\circ} = 180 / \pi = 57,29577951^{\circ}$ ;

число хвилин  $\rho' = \rho^{\circ} * 60 = 3437,746771'$ ;

число секунд  $\rho'' = \rho' * 60 = 206264,8063''$ .

Число гонів в одному радіані  $\rho G = 200G / \pi$ .

На сучасних інженерних МК присутні три варіанта відображення кутів:



- DEG - для обчислень в градусах,
- RAD - в радіанах,
- GRAD - в гонах.

### Годинна міра кута.

В астрономічній і супутниковій геодезії кути вимірюються у часових величинах: годинах, хвилинах і секундах. Це пов'язане з кутовою швидкістю осевого обертання Землі, яка робить приблизно 1 оберт за 24 години. Отже, за одну годину (хвилину, секунду) часу небесна сфера «повертається» приблизно на 1 годину (хвилину, секунду) у кутовій мірі.

Повне коло в цьому випадку являє собою 24 години.

Година  $1^h = 60^m = 3600^s = 1/24$  кола,

Хвилина  $1^m = 60^s = 1/1440$  кола,

Секунда  $1^s = 1/86400$  кола

У геодезії проводять різноманітні операції із кутовими величинами. В основі більшої частини цих операцій лежить перетворення (перерахунок) кутової величини із одної форми в іншу. Найчастіше проводяться операції із перетворення кута у градусах, минутах і секундах в градуси, десятки, соті і тисячні..., тобто кут перетворюється на десятковий дріб. У більшості випадків кут заокруглюється **до 6 знаків після коми**. У загальному вигляді ця операція може бути представлена так:

$$GGG\ mm\ ss,s \rightarrow GGG,gggggg$$

Перетворення проводять іззаду – наперед, починаючи від секунд за наступним алгоритмом:

Дії	Дисплей	°	'	"
		42	08	55,1
Ділять секунди на 60	55,1:60=0,9183333333			0,918333
Додають minuti	0,9183333333*8=8,9183333333		8,918333	
Ділять отримане число на 60	8,9183333333:60=0,1486388889			
Додають градуси	0,1486388889*42=42,148638889	<b>42,148639</b>		

Кут **42°08'55,1"** перетворений на десятковий дріб **42,148639°**

Під час обробки результатів геодезичних вимірювань необхідно надати кут у звичайній (градуси, минути, секунди) формі. Тобто, треба провести зворотній перерахунок:

$$GGG,gggggg \rightarrow GGG\ mm\ ss,s$$

Перетворення проводять спереду назад: починають від градусів, переходять до минут і секунд.

Дії	Дисплей	Значення		
		357,421893°		
Зі значення виймають і списують градуси		357		
Отримане число множать на 60	0,420893*60=25,25358			
Зі значення виймають і списують минути	25,31358-25=0,31358		25	
Отримане число множать на 60	0,31358*60=18,8148			
Число заокруглюють по потребі до цілих або десятих	18,8			18,8
<i>Результат</i>		<b>357°</b>	<b>25'</b>	<b>18,8"</b>

Кут у вигляді десяткового дробу **357,421893°** перетворений на **357°25'18,8"**

Комп'ютерна обробка іноді вимагає перетворення кута із градусної міри в радіанну. Для цього кут попередньо переводять у десятинний дріб, а потім у радіани. У загальному вигляді ця операція буде такою:

$$GGG\ mm\ ss,s \rightarrow GGG,gggggg \rightarrow R,rrrrrr$$

Зворотній перехід здійснюється за схемою:

$$R, rrrrrr \rightarrow GGG, gggggg \rightarrow GGG \text{ mm ss, s}$$

Для отримання значення кута у градусах його значення у радіанах множиться на відповідний коефіцієнт  $\rho$ .

$$0,5169873 * 57,29577951^\circ = 29,62119035^\circ = 29^\circ 37' 16,3''$$

При перерахунку градусної міри кута у годинну використовують коефіцієнт переходу **15**. Цей коефіцієнт пояснюється тим, що повне коло складає **360°** або **24<sup>h</sup>**. А **360/24=15°/h**. Для цілих значень перерахунок годин у градуси здійснюється множенням на 15 наприклад: **4<sup>h</sup>=4\*15=60°**. Для більш точних значень перехід здійснюється за схемою:

$$GGG \text{ mm ss} \rightarrow GGG, gggggg \rightarrow HH, hhhhhh \rightarrow HH \text{ mm ss}$$

Слід зазначити, що переведення кута у годинній формі з формату **HH mm ss** у формат десяткового дробу **HH, hhhhhh** здійснюється за тим же алгоритмом, що і переведення кута у градусній формі.

$$300^\circ 30' 36'' = 300,510076^\circ \rightarrow 300,510076^\circ / 15 = 20,03400507^h = 20^h 02^m 02^s$$

Зворотній перехід проводять за схемою:

$$HH \text{ mm ss} \rightarrow HH, hhhhhh \rightarrow GGG, gggggg \rightarrow GGG \text{ mm ss}$$

$$12^h 49^m 48,1^s = 12,830014^h \rightarrow 12,830014^h * 15 = 192,450210^\circ = 192^\circ 27' 00,8''$$

Частіше всього горизонтальні кути вимірюються у градусній мірі і записуються у форматі **GGG mm ss, s**. Наприклад **127 23' 31,8''**.

Але рахувати кути в такому вигляді на звичайному калькуляторі або комп'ютері не можна – треба пам'ятати, що в 1 градусі – 60 минут, а в 1 минуті – 60 секунд. Слід також пам'ятати, що горизонтальні кути не можуть перебільшувати 360°. Якщо сума кутів буде більшою – з них треба вийняти повне коло (360°) Тому кути складаються і виймаються по частинах з кінця – у початок: секунди, потім – минути, потім – градуси, і як потрібно – виймається повне коло.

	°	'	''
	<b>127</b>	<b>23</b>	<b>31,8</b>
+	<b>289</b>	<b>47</b>	<b>55,3</b>
	<b>416=360+56</b>	<b>70=60+10</b>	<b>87,1=60+27,1</b>
	+1	+1'	←60''=1'
	<b>56+1</b>	<b>←60'=1</b>	
<b>Результат</b>	<b>57</b>	<b>11</b>	<b>27,1</b>

Аналогічні дії проводять при вийманні кутів. При цьому, якщо у минутах або у секундах зменшуване менше від від'ємника, то із цифри старшого рангу (градусів – для минут і минут – для секунд) виймається одиниця, яка перетворюється на 60 цифр меншого рангу. Слід пам'ятати, що горизонтальні кути не можуть бути від'ємними. Якщо у зменшуваному **число градусів** менше від від'ємника, то до зменшуваного додається 360 градусів.

#### 4. Операції із вертикальними кутами в геодезії.

На відміну від горизонтальних, вертикальні кути можуть бути від'ємними. Слід пам'ятати, що абсолютні значення (величини) вертикальних кутів ростуть до 90 і потім зменшуються. Так, якщо при додаванні або вийманні двох вертикальних кутів утвориться кут, більший за абсолютним значенням ніж 90°, із результату необхідно забрати 90°. Подивимося, як це можна зробити порангово. Обчислення проводяться **ізаду – наперед**:

$$+67^{\circ}25'+39^{\circ}57'=(25'+57')+(67^{\circ}+39^{\circ})=+82'+106^{\circ}=+(60'+22')+(90^{\circ}+16^{\circ})=+17^{\circ}22'$$

Зверніть увагу на те, що вертикальні кути як правило **пишуться зі знаками!**

При опрацювання вертикальних кутів на калькуляторі, зручніше використовувати форму запису кута у вигляді десяткового дробу: **GGG,gggggg**.

### 5. Зв'язок між вертикальним кутом і ухилом лінії.

Ухил лінії  $i_{AB}$  – це відношення перевищення  $h_{AB}$  між її початковою і кінцевою точками до горизонтального прокладення  $D_{AB}$  між ними. У прямокутному трикутнику перевищення  $h_{AB}$  між точками  $A$  і  $B$  – це є протилежний катет прямокутного трикутника, а горизонтальне прокладення (проекція)  $D_{AB}$  – це прилеглий катет. Отже, ухил лінії  $AB$  – це тангенс її кута нахилу  $v$ , тобто

$$i = \operatorname{tg} v = \frac{h}{D}$$

Залежно від знаку перевищення ухил може бути додатним або від'ємним. Ухил  $i$  виражають у скалярних величинах, у відсотках (%) або проміле (‰):

Для прикладу визначимо ухил для вертикального кута

$$v = -6^{\circ}07'11,3''$$

$i_{AB}$  – ухил лінії  $AB$  як **скалярна величина** – тангенс кута нахилу

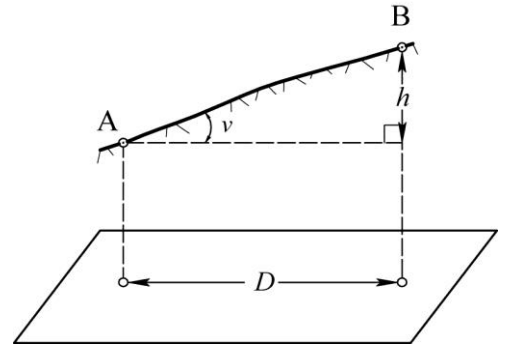
$$i = \operatorname{tg} v = -0,107219$$

$i\%$  – ухил лінії, виражений у **відсотках** – сотих частках одиниці

$$i = -10,7219\%$$

$i\text{‰}$  – ухил лінії, виражений у **проміле** – тисячних частках одиниці

$$i = -107,219\text{‰}$$



### Хід роботи:

#### 1. Операції із горизонтальними кутами

1.1. Підготуйте виміряні кути  $\beta_i$  для подальшого математичного обробітку шляхом перетворення їх у вигляд десяткового дробу із заокругленням до 6 знаків після коми.

- для перерахунку кутів із порангової (градуси-минуты-секунды) форми у десяткову до градусів **GGG** додайте **минуты**  $mm$ , розділені на 60, і до них – **секунды**  $ss$ , розділені на 3600:

$$GGG, gggggg = GGG + \frac{mm}{60} + \frac{ss}{3600}$$

Варианти	Горизонтальні кути																				
	$\beta_1$			$\beta_2$			$\beta_3$			$\beta_4$			$\beta_5$			$\beta_6$			$\beta_7$		
	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
1	6	25	23	61	59	37	120	00	54	244	12	33	300	28	28	306	25	23	0	05	35
2	8	00	41	84	43	01	157	33	23	298	51	08	300	31	30	347	00	41	0	04	12
3	4	37	29	90	37	19	181	40	34	283	15	30	300	00	34	319	37	29	0	03	19
4	9	59	31	21	42	28	146	28	28	260	00	54	300	12	17	303	59	35	0	02	28
5	2	46	30	35	00	30	119	31	30	252	25	23	300	14	30	359	46	30	0	06	03
6	5	34	07	48	32	37	122	59	33	237	00	41	300	27	01	340	34	07	0	07	37
7	6	12	33	54	08	42	169	12	17	214	37	29	300	05	45	316	00	33	0	08	42
8	3	51	08	37	00	54	176	14	30	209	59	37	300	18	54	355	57	08	0	09	54
9	7	00	30	42	45	30	139	27	01	212	46	30	300	33	23	328	15	30	0	00	32
10	1	06	54	56	11	56	105	05	45	257	34	07	300	00	34	313	06	54	0	01	43

$$\beta_1 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}; \quad \beta_2 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____};$$

$$\beta_3 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}; \quad \beta_4 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____};$$

$$\beta_5 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}; \quad \beta_6 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____};$$

$$\beta_7 = \text{_____}^{\circ} \text{_____}' \text{_____}'' = \text{_____}.$$

1.2. Додайте значення кутів  $\beta_1$  і  $\beta_2$  із завдання 1.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_1 + \beta_2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- для представлення кута у формі градуси-минуты-секунды дійте за схемою:

а) спишіть цілі градуси \_\_\_\_\_°;

б) для визначення минут від значення кута у градусній формі вийміть градуси і різницю помножьте на 60:  $MM,mmmmmm \rightarrow (GGG,gggggg - GGG)*60$ .

в) спишіть цілі минуты \_\_\_\_\_';

г) для визначення секунд від добутку вийміть цілі минуты і різницю помножьте на 60:  $ss \rightarrow (MM,mmmmmm - MM)*60$ .

в) спишіть цілі секунды, попередньо заокругливши їх до цілих \_\_\_\_\_";

Сума кутів  $\beta_1 + \beta_2$  складе \_\_\_\_\_° \_\_\_\_\_' \_\_\_\_\_";

1.3. Додайте значення кутів  $\beta_5$  і  $\beta_6$  із завдання 1.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунды. Пам'ятайте, якщо при складанні двох кутів сума перебільшує  $360^\circ$ , то із суми треба вийняти повне коло -  $360^\circ$ .

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_5 + \beta_6 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- для представлення кута у формі градуси-минуты-секунды дійте за схемою:

а) спишіть цілі градуси \_\_\_\_\_°;

б) для визначення минут від значення кута у градусній формі вийміть градуси і різницю помножьте на 60:  $MM,mmmmmm \rightarrow (GGG,gggggg - GGG)*60$ .

в) спишіть цілі минуты \_\_\_\_\_';

г) для визначення секунд від добутку вийміть цілі минуты і різницю помножьте на 60:  $ss \rightarrow (MM,mmmmmm - MM)*60$ .

в) спишіть цілі секунды, попередньо заокругливши їх до цілих \_\_\_\_\_";

Сума кутів  $\beta_5 + \beta_6$  складе \_\_\_\_\_° \_\_\_\_\_' \_\_\_\_\_";

1.4. Отримайте різницю кута  $\beta_4$  і  $\beta_3$  із завдання 1.1. Перерахуйте різницю у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_4 - \beta_3 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте кут у формі градуси-минуты-секунды:

Різниця кутів  $\beta_4 - \beta_3$  складе \_\_\_\_\_° \_\_\_\_\_' \_\_\_\_\_";

1.5. Отримайте різницю кута  $\beta_3$  і  $\beta_4$  із завдання 1.1. Пам'ятайте, що при вийманні із меншого горизонтального кута більшого, до меншого треба попередньо додати повне коло -  $360^\circ$ . Перерахуйте різницю у форму градуси-минуты-секунды. Порівняйте різниці  $\beta_4 - \beta_3$  і  $\beta_3 - \beta_4$ .

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_3 - \beta_4 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте різницю у формі градуси-минуты-секунды:

Різниця кутів  $\beta_3 - \beta_4$  складе \_\_\_\_\_° \_\_\_\_\_' \_\_\_\_\_";

- порівняйте різниці із завдань 1.4. і 1.5.

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

1.6. Вийміть із кута  $\beta_6$  різницю кутів  $\beta_5$  і  $\beta_7$  із завдання 1.1. Перерахуйте результат у форму градуси-минуты-секунди.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$\beta_6 - (\beta_5 - \beta_7) = \underline{\hspace{2cm}} - (\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте різницю у формі градуси-минуты-секунди:

$$\text{Різниця кутів } \beta_6 - (\beta_5 - \beta_7) \text{ складе } \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'';$$

1.7. Обчисліть добуток кута  $\beta_7$  із завдання 1.1. на скаляр  $k$ . Перерахуйте результат у форму градуси-минуты-секунди.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k$	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3

- помножте значення кута на коефіцієнт:  $\beta_7 * k = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$

- представте результат у градусах-минутах-секундах  $\beta_7 * k = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$

1.8. Обчисліть суму кутів  $\beta_i$  із завдання 1.1. Результат представте у формі градуси-минуты-секунди. Пам'ятайте, що при додаванні **декількох горизонтальних кутів** виймати із суми  $360^\circ$  не обов'язково.

$$\Sigma\beta_i = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$+ \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$$

## 2. Операції із вертикальними кутами.

1.1. Під час тригонометричного нівелювання вперед отримані значення вертикальних кутів  $v_i$ . Підготуйте виміряні кути  $v_i$  для подальшого математичного обробітку шляхом перетворення їх у вигляд десяткового дробу із заокругленням до 6 знаків після коми.

- для перерахунку кутів із порангової (градуси-минуты-секунди) форми у десяткову до градусів  $GGG$  додайте минути  $mm$ , розділені на 60, і до них – секунди  $ss$ , розділені на 3600:

$$GGG, gggggg = GGG + \frac{mm}{60} + \frac{ss}{3600}$$

**Пам'ятайте, що при вертикальних кутах завжди пишуться знаки «+» або «-»!**

Варіанти	Вертикальні кути																				
	$v_1$			$v_2$			$v_3$			$v_4$			$v_5$			$v_6$			$v_7$		
	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''	°	'	''
1	+5	12	33	+5	08	43	+0	52	17	-0	37	29	-4	05	45	-6	00	33	+0	01	42
2	+3	51	08	+7	00	53	+0	44	30	-0	29	37	-2	18	54	-7	57	08	+0	02	54
3	+1	00	29	+9	45	30	+0	37	01	-0	16	27	-4	33	23	-6	15	30	+0	03	32
4	+0	46	28	+10	00	30	+0	31	31	-0	25	23	-5	54	29	-4	58	27	+0	01	03
5	+1	34	07	+8	32	37	+0	59	34	-0	05	41	-4	27	01	-5	34	07	+0	03	37
6	+2	59	31	+7	42	28	+0	28	28	-0	08	54	-1	18	17	-8	59	35	+0	02	28
7	+3	37	29	+6	37	19	+0	40	34	-0	15	30	-2	30	34	-7	37	29	+0	01	19
8	+4	06	55	+6	11	56	+0	47	45	-0	34	07	-3	06	34	-7	06	53	+0	02	43
9	+1	25	20	+8	59	37	+0	45	56	-0	12	33	-8	28	28	-2	25	23	+0	03	35
10	+0	57	41	+9	43	01	+0	33	23	-0	11	08	-5	31	30	-4	33	41	+0	02	12

$$v_1 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}}; \quad v_2 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$v_3 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}}; \quad v_4 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$v_5 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}}; \quad v_6 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}};$$



$$v_7 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}'' = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2.2. Додайте значення кутів  $v_1$  і  $v_2$  із завдання 2.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$$v_1 + v_2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

Сума кутів  $v_1 + v_2$  складе  $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$ .

2.3. Додайте значення кутів  $v_5$  і  $v_6$  із завдання 2.1. у формі десяткового дробу. Перерахуйте суму у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте суму кутів у формі десяткового дробу:

$$v_5 + v_6 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

Сума кутів  $v_5 + v_6$  складе  $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$ .

2.4. Отримайте суму кутів  $v_3$  і  $v_4$  із завдання 2.1. Перерахуйте різницю у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$v_3 + v_4 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте кут у формі градуси-минуты-секунды:

Сума кутів  $v_3 + v_4$  складе  $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$ .

2.5. Отримайте різницю кутів  $v_3$  і  $v_4$  із завдання 2.1. Перерахуйте різницю у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$v_3 - v_4 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

- представте різницю у формі градуси-минуты-секунды:

Різниця кутів  $v_3 - v_4$  складе  $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$ ;

2.6. Вийміть із кута  $v_5$  різницю кутів  $v_6$  і  $v_7$  із завдання 2.1. Перерахуйте результат у форму градуси-минуты-секунды.

- отримайте різницю кутів у формі десяткового дробу:

$$v_5 - (v_6 - v_7) = \underline{\hspace{2cm}} - (\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- представте різницю у формі градуси-минуты-секунды:

Різниця кутів  $v_5 - (v_6 - v_7)$  складе  $\underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$ ;

2.7. Обчисліть добуток кута  $v_7$  із завдання 2.1. на скаляр  $k$ . Перерахуйте результат у форму градуси-минуты-секунды.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k$	-2	-3	-4	-1	-3	-4	-2	-1	-2	-3

- помножьте значення кута на коефіцієнт:  $v_7 * k = \underline{\hspace{2cm}} * \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

- представте результат у градусах-минутах-секундах  $v_7 * k = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$ .

2.8. Обчисліть суму кутів  $v_i$  із завдання 2.1. Результат представте у формі градуси-минути-секунди.

$$\Sigma v_i = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$$

3. Перерахунок кутових величин у інші вимірники.

3.1. Для подальшого математичного обробітку представте горизонтальний кут  $\beta$  у радіанній формі.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\beta$	217°21'14,8"	314°37'25,6"	210°53'34,7"	315°04'47,5"	216°38'22,4"	319°29'07,5"	212°33'46,1"	313°56'05,9"	215°15'25,8"	311°42'08,7"

- представте кут у формі десяткового дробу із 6 знаками після коми:  $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

- представте кут у радіанах, поділивши кут  $\beta$  на  $\rho^\circ = 57,29577951^\circ$ :  $\beta^\rho = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3.2. Представте горизонтальний кут  $\beta$  із завдання 3.1. у годинній формі. Значення заокругліть до сотих секунд.

- для переводу горизонтального кута у годинну форму поділіть значення кута  $\beta$  на 15, і отримане значення переведіть у години-хвилини-секунди за стандартною схемою:

$$\beta^{hms} = \beta^{GGG,ggggg} / 15 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{1cm}}^h \underline{\hspace{1cm}}^m \underline{\hspace{1cm}}^s.$$

3.3. Представте часовий кут  $t$  у градусній формі.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t$	21 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> 14 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 18 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup>	20 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup>	19 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> 09 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 25 <sup>s</sup>	18 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 53 <sup>s</sup>	20 <sup>h</sup> 07 <sup>m</sup> 05 <sup>s</sup>	21 <sup>h</sup> 34 <sup>m</sup> 13 <sup>s</sup>	22 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup>	23 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup>

- представте кут  $t$  у формі десяткового дробу із 6 знаками після коми:  $t^h = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

- представте кут у градусах, помноживши кут  $t$  на  $15^\circ$ :  $t^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

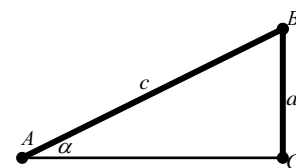
- переведіть кут  $t$  у градуси-минути-секунди  $t = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''.$

### Операції із тригонометричними функціями.

Співвідношення між сторонами прямокутного трикутника утворюють основні тригонометричні функції. Ці функції визначаються як відношення двох сторін та кута трикутника. Наведемо шість базових тригонометричних функцій. Останні чотири визначаються через перші дві.

• **синус ( $\sin \alpha$ )** Синусом кута називається відношення довжини протилежного катета до довжини гіпотенузи:

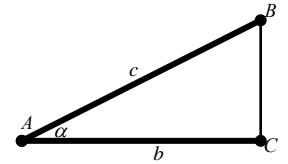
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{|BC|}{|AB|}$$



Значення синуса знаходяться у межах:  $-1 \leq \sin \alpha \leq +1$ .

- **косинус ( $\cos \alpha$ )** Косинусом кута називається відношення довжини прилеглого катета до довжини гіпотенузи:

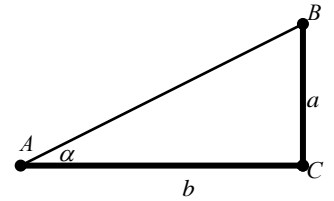
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{|AC|}{|AB|}$$



Значення косинуса знаходяться у межах:  $-1 \leq \cos \alpha \leq +1$ .

- **тангенс ( $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ )** Тангенсом кута називається відношення довжини протилежного катета до довжини прилеглого катета

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{|BC|}{|AC|}$$



Значення тангенса знаходяться у межах:  $-\infty < \operatorname{tg} \alpha < +\infty$ .

**Пам'ятайте, що значення тангенса для  $90^\circ$  і  $270^\circ$  не встановлені!**

- **котангенс ( $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$ )** Котангенсом кута називається відношення довжини прилеглого катета до довжини протилежного катета. Котангенс – величина зворотна до тангенсу:

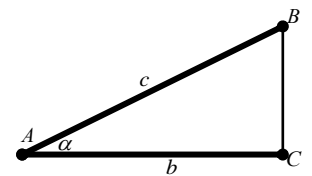
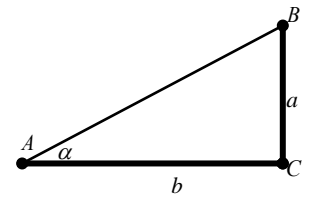
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Значення котангенса знаходяться у межах:  $-\infty < \operatorname{ctg} \alpha < +\infty$ .

**Пам'ятайте, що значення котангенса для  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  і  $270^\circ$  не встановлені!**

- **секанс ( $\sec \alpha = 1 / \cos \alpha$ )** Секансом кута називається відношення довжини гіпотенузи до довжини прилеглого катета. Секанс – величина зворотна до косинусу:

$$\sec \alpha = \frac{c}{b} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{1}{\cos \alpha}$$



**Пам'ятайте, що значення секанса для  $90^\circ$  і  $270^\circ$  не встановлені!**

- **косеканс ( $\operatorname{cosec} \alpha = 1 / \sin \alpha$ )** Косекансом кута називається відношення довжини гіпотенузи до довжини протилежного катета. Косеканс – величина зворотна до синусу:

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{c}{a} = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

Значення косекансу знаходяться у межах:  $-\infty < \operatorname{cosec} \alpha < +\infty$ .

**Пам'ятайте, що значення секанса для  $0^\circ$  і  $180^\circ$  не встановлені!**

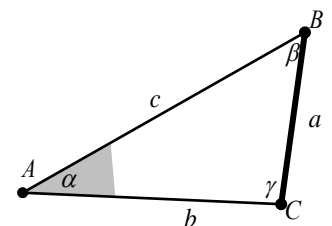
**Теорема Піфагора** – одна із базових теорем евклідової геометрії та геодезії. Вона встановлює співвідношення, яке дає змогу визначити довжину сторони прямокутного трикутника, знаючи довжини двох інших сторін. Відповідно, в алгебраїчній інтерпретації теорему можна сформулювати так: **У прямокутному трикутнику сума квадратів катетів дорівнює квадрату гіпотенузи.**

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**Теорема синусів** дає можливість обчислити любий елемент довільного трикутника, якщо відомі 3 його елементи. Завважте, що якщо відомі дві сторони та один із кутів що *не утворюється цими сторонами*, ця формула дає **два можливих значення** для внутрішнього кута. Це стає можливим тому, що :

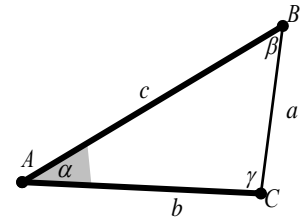
$$\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$$

В цьому випадку, часто лишень одне значення задовольняє умові, щодо суми трьох кутів трикутника (**сума кутів трикутника дорівнює  $180^\circ$** ). Теорема доводить, що у пласкому трикутнику **відношення сторони до синуса протилежного кута є величиною сталою**. Тобто: **сторони трикутника пропорційні синусам протилежних кутів.**



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \text{const}$$

**Теорема косинусів** використовується в геодезії для обчислення невідомої сторони **довільного** трикутника, якщо відомі **дві сторони і кут між ними**; обчислення косинуса невідомого кута **довільного** трикутника, якщо відомі всі сторони трикутника.



Теорема справедлива для всіх сторін трикутника. **Квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін мінус подвоєний добуток цих сторін на косинус кута між ними:**

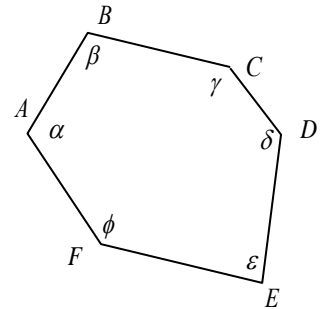
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos \gamma$$

**Сума внутрішніх кутів опуклого багатокутника** (на прикладі:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \phi$ ) **обчислюється за формулою:**

$$\Sigma \beta = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

Для нашого прикладу, коли  $n=6$ , сума кутів складе  $180^\circ \cdot (6 - 2) = 180^\circ \cdot 4 = 720^\circ$ . А **сума зовнішніх кутів багатокутника, взятих по одному при кожній вершині, дорівнює  $360^\circ$ .**



### Хід роботи:

#### 1. Тригонометричні функції із значень горизонтальних і вертикальних кутів

За допомогою інженерного калькулятора встановити значення всіх тригонометричних функцій та степенів значень із деяких для даних горизонтальних і вертикального кутів:

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\beta_1$	82°16'28"	87°13'47"	84°33'54"	88°01'43"	89°27'55"	80°03'46"	84°28'42"	85°36'51"	87°14'48"	83°36'49"
$\beta_2$	178°51'32"	175°38'22"	177°40'08"	179°00'26"	176°34'45"	177°29'11"	176°09'25"	179°11'44"	178°07'23"	177°34'38"
$\beta_3$	253°09'32"	268°30'52"	265°12'20"	259°43'38"	267°19'56"	264°55'43"	249°18'41"	256°34'28"	261°07'04"	264°54'33"
$\beta_4$	344°17'32"	351°54'24"	349°01'18"	357°38'43"	358°49'34"	349°46'06"	355°25'25"	349°11'19"	355°54'32"	349°31'52"
$\nu$	-2°11'41"	-1°55'13"	-2°47'51"	-1°39'53"	-2°46'20"	-1°18'55"	-2°34'37"	-1°08'17"	-2°45'50"	-1°50'04"

- рішення завдання проведіть у табличній формі. Значення заокругліть до 6 знаків після коми.

	Значення функції для кута...									
	у градусах	sin	sin <sup>2</sup>	cos	cos <sup>2</sup>	tg	tg <sup>2</sup>	ctg	sec	cosec
$\beta_1$										
$\beta_2$										
$\beta_3$										
$\beta_4$										
$\nu$										

#### 2. Обернені тригонометричні функції.

Обчисліть значення кутів по значеннях їх тригонометричних функцій  $a, b, c, d$ , якщо  $a$  – синус кута  $\beta_1$ ,  $b$  – косинус кута  $\beta_2$ ,  $c$  – тангенс кута  $\beta_3$ , а  $d$  – котангенс кута  $\beta_4$ . Значення кутів надати у формі градуси-хвилини-секунди і заокруглити до цілих секунд.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a$	0,769324	0,703658	0,710368	0,783628	0,772234	0,736841	0,756891	0,728405	0,796831	0,746273
$b$	0,276308	0,236183	0,259431	0,229764	0,201518	0,265194	0,215478	0,285083	0,296743	0,246701
$c$	0,165392	0,196653	0,176427	0,121314	0,159284	0,106648	0,136485	0,148306	0,118372	0,182064
$d$	0,843097	0,895534	0,814467	0,830059	0,857724	0,871163	0,882261	0,829912	0,864438	0,808834

- рішення завдання проведіть у табличній формі. Робочі значення заокругліть до 6 знаків після коми.

- для визначення арккотангенса ( $\text{arcctg } d$ ) на інженерному калькуляторі попередньо від величини  $d$  отримайте величину  $d' = 1/d$ , від якої і треба взяти арктангенс ( $\text{arctg } d'$ ).

$$\text{Тобто: } \text{arcctg } d = \text{arctg } d'.$$

a			b			c			d		
arcsin a=			arccos b=			arctg c=			arcctg d=		
$\beta_1$			$\beta_2$			$\beta_3$			$\beta_4$		
°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"

### 3. Рішення прямої геодезичної задачі.

Пряма геодезична задача передбачає визначення координат другої точки  $X_2$  і  $Y_2$  по координатах першої точки  $X_1$  і  $Y_1$ , дирекційному куту  $\alpha_{1-2}$  і горизонтальному прокладенні лінії  $S_{1-2}$  між ними. Робочі значення заокруглювати до 6 знаків після коми. Значення приростків і координат – до 3 знаків після коми.

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_1$	5147,235	6257,394	7304,518	8461,008	9534,364	5919,764	6832,556	7707,841	8613,114	9597,028
$Y_1$	1354,227	2461,951	3565,003	4697,437	5007,359	1929,673	2808,051	3794,640	4646,932	5574,191
$\alpha_{1-2}$	213°49'02"	218°32'12"	215°52'28"	219°31'34"	217°39'06"	214°45'23"	219°38'51"	216°43'48"	211°27'34"	214°04'53"
$S_{1-2}$	218,516	247,006	283,637	210,308	254,691	271,607	255,910	260,641	224,650	276,315

- переведіть значення дирекційного кута  $\alpha_{1-2}$  у форму десяткового дробу:  $\alpha_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;

- встановіть значення  $\sin \alpha_{1-2}$  і  $\cos \alpha_{1-2}$ :  $\sin \alpha_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;  $\cos \alpha_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;

- обчисліть прирісток абсцис за формулою:  $\Delta X_{1-2} = S_{1-2} * \cos \alpha_{1-2}$   $X_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;

- обчисліть прирісток ординат за формулою:  $\Delta Y_{1-2} = S_{1-2} * \sin \alpha_{1-2}$   $Y_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;

- обчисліть абсцису за формулою:  $X_2 = X_1 + \Delta X_{1-2}$   $X_2 =$  \_\_\_\_\_;

- обчисліть ординату за формулою:  $Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{1-2}$   $Y_2 =$  \_\_\_\_\_.

### 4. Рішення оберненої геодезичної задачі.

Обернена геодезична задача передбачає визначення дирекційного кута  $\alpha_{1-2}$  і горизонтального прокладення лінії  $S_{1-2}$  по координатах пари точок  $X_1$  і  $Y_1$  та  $X_2$  і  $Y_2$ . Робочі значення заокруглювати до 6 знаків після коми. Значення приростків координат – до 3 знаків після коми. Значення кутів – до десятих секунди.

(м)	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_1$	6832,556	7707,841	8613,114	9597,028	6292,644	7395,004	8415,642	9602,637	5806,999	5147,235
$Y_1$	2953,007	3794,64	4746,932	5574,191	2578,631	3581,167	4707,995	5152,533	1887,105	1354,227
$X_2$	6903,653	7797,458	8783,401	9613,843	6357,394	7304,518	8361,008	9534,364	5719,764	5043,681
$Y_2$	2816,634	3705,462	4695,863	5445,888	2461,951	3665,003	4797,437	5207,359	1929,673	1413,009

- обчисліть прирісток абсцис за формулою:  $\Delta X_{1-2} = X_2 - X_1$   $\Delta X_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;

- обчисліть прирісток ординат за формулою:  $\Delta Y_{1-2} = Y_2 - Y_1$   $\Delta Y_{1-2} =$  \_\_\_\_\_;



### 6. Рішення трикутника за теоремою косинусів.

У трикутнику відомі дві сторони  $b$  і  $c$ , і кут  $\alpha$  між ними. Розрахувати сторону  $a$  і кути  $\beta$  і  $\gamma$ .

	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$b(m)$	88,997	81,304	83,007	82,996	87,764	85,11	89,609	82,554	84,159	80,608
$c(m)$	70,764	71,11	72,609	73,554	74,859	77,608	75,997	76,304	78,007	72,096
$\alpha$	39°11'34"	37°39'06"	35°49'02"	32°32'12"	34°04'53"	38°52'28"	34°45'23"	39°38'51"	36°43'47"	38°27'34"

- встановіть значення кута  $\alpha$  у формі десяткового дробу:  $\alpha =$  \_\_\_\_\_;

- обрахуйте косинус кута  $\alpha$ :  $\cos \alpha =$  \_\_\_\_\_;

- обчисліть довжину сторони  $a$  за теоремою косинусів:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos \alpha$

$$a^2 = \text{_____} \quad a = \text{_____} \text{ м};$$

- використовуючи теорему косинусів встановити значення кутів  $\beta$  і  $\gamma$  трикутника:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}$$

$$\cos \beta = \text{_____} = \text{_____};$$

$$\beta = \text{_____}; \quad \beta = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''.$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab}$$

$$\cos \gamma = \text{_____} = \text{_____};$$

$$\gamma = \text{_____}; \quad \gamma = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''.$$

- проконтролюйте обчислені кути по формулі суми кутів трикутника:  $\Sigma_{\text{трик}} = \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

$$\Sigma_{\text{трик}} = \text{_____} + \text{_____} + \text{_____} =$$

$$= \text{_____} = \text{_____}^\circ \text{_____}' \text{_____}''.$$

### Рекомендована література

1. Романчук С.В., Кирилюк В.П., Шемякін М.В. Геодезія. Навчальний посібник. Умань: Уманський ДАУ. 2008. 294 с.
2. Остапчук С.М., Романчук С.В. Камеральні геодезичні роботи. Рівне: УПВГ, 1994. 126 с.
3. Третьяк А.М. Наукові основи землеустрою. К.: ТОВ ЦЗРУ, 2002. 342 с.
4. Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. М., 1989. 286 с.