

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**УМАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ САДІВНИЦТВА**

**Факультет лісового і садово-паркового господарства**

*Кафедра геодезії, картографії і кадастру*

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ І САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**  
**З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**«ФОТОГРАММЕТРІЯ ТА ДИСТАНЦІЙНЕ ЗОНДУВАННЯ»**

для студентів спеціальності 193

«Геодезія та землеустрій»

Освітній рівень «бакалавр»

Умань – 2024

Укладачі: д. техн. н. Іванчук О.М.; д. техн. н., проф. Рудий Р.М.; д. геогр. н., проф. Кисельов Ю.О.; к. с.-г. н., доц. Шемякін М.В.; ст. викл. Грицьків Н.З.; ст. викл. Кононенко С.І.

Рецензенти:

доктор географічних наук, професор, професор кафедри екології та безпеки життєдіяльності Уманського національного університету садівництва С.П. Сонько;

кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геоматики, землеустрою та планування територій Полтавського державного аграрного університету Г.Т. Домашенко.

Методичні вказівки розглянуті на засіданні кафедри геодезії, картографії і кадастру (11 жовтня 2024 р., протокол №3)

Рекомендовано до видання науково-методичною комісією факультету лісового і садово-паркового господарства УНУС (25 жовтня 2024 р., протокол №2)

© Іванчук О. М., Рудий Р. М., Кисельов  
Ю. О., Шемякін М. В., Грицьків Н.З.,  
Кононенко С.І., 2024

© Уманський національний університет  
садівництва, 2024

## ЗМІСТ

Передмова.....	4
Тема 1. Дослідження геометричних властивостей аерофотознімків.....	6
Тема 2. Проектування аерофотознімальних робіт .....	14
Тема 3. Визначення координат точок місцевості за вимірами їх координат на аерознімку та відомими елементами внутрішнього і зовнішнього орієнтування знімка.....	20
Тема 4. Визначення просторових координат точок місцевості за вимірами їх координат на стереопарі аерознімків та відомими елементами внутрішнього і зовнішнього орієнтування знімків (пряма фотограмметрична засічка).....	29

## Передмова

Дисципліна «Фотограмметрія та дистанційне зондування», яка є обов'язковою та однією з основних дисциплін у системі підготовки бакалаврів геодезії та землеустрою, вивчається студентами спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» на III курсі в 5 семестрі.

*Метою* вивчення дисципліни є ознайомлення зі способами створення та корегування спеціальних та топографічних карт і планів за матеріалами фотознімань, вивчення форми, розмірів, інших характеристик Землі та інших планет за матеріалами космічних знімань, використання наземної фототеодолітної зйомки для складання карт і планів.

В результаті вивчення дисципліни студенти повинні набути таких компетентностей:

### **Інтегральна компетентність:**

здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у галузі геодезії та землеустрою або у процесі навчання, що передбачає застосування певних теорій, положень і методів відповідної науки і характеризується комплексністю і невизначеністю умов.

### **Загальні компетентності:**

ЗК 1 Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями;

ЗК 2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

### **Фахові компетентності:**

ФК 1 Здатність застосовувати фундаментальні знання для аналізу явищ природного і техногенного походження при виконанні професійних завдань у сфері геодезії та землеустрою;

ФК 2 Здатність застосовувати теорії, принципи, методи фізико-математичних, природничих, соціально-економічних, інженерних наук при виконанні завдань геодезії та землеустрою;

ФК 4 Здатність обирати та використовувати ефективні методи, технології та обладнання для здійснення професійної діяльності у сфері геодезії та землеустрою;

ФК 6 Здатність виконувати дистанційні, наземні, польові та камеральні дослідження, інженерні розрахунки з опрацювання результатів досліджень, оформляти результати досліджень, готувати звіти при вирішенні завдань геодезії та землеустрою;

ФК 9 Здатність застосовувати інструменти, прилади, обладнання, устаткування при виконанні завдань геодезії та землеустрою.

**Програмні результати навчання**, яких студент має досягти в результаті вивчення дисципліни:

ПРН 7 Виконувати обстеження і вишукувальні, топографо-геодезичні, картографічні, проєктні та проєктно-вишукувальні роботи при виконанні професійних завдань з геодезії та землеустрою;

ПРН 9 Збирати, оцінювати, інтерпретувати та використовувати геопросторові дані, метадані щодо об'єктів природного і техногенного походження, застосовувати статистичні методи їхнього аналізу для розв'язання спеціалізованих задач у сфері геодезії та землеустрою;

ПРН 10 Обирати і застосовувати інструменти, обладнання, устаткування та програмне забезпечення, які необхідні для дистанційних, наземних, польових і камеральних досліджень у сфері геодезії та землеустрою;

ПРН 11 Організовувати та виконувати дистанційні, наземні, польові і камеральні роботи в сфері геодезії та землеустрою, оформляти результати робіт, готувати відповідні звіти.

## Тема 1. Дослідження геометричних властивостей аерофотознімків

**Мета** цих методичних вказівок – опрацювати теоретичний матеріал курсу за даною тематикою і аналітично визначити геометричні спотворення (зміщення) зображення на знімку, які викликані кутами його нахилу та перевищеннями на місцевості (рельєфом).

### **Завдання до виконання лабораторної роботи**

1. Роздрукуйте фрагмент аерофотознімка, наведіть на ньому сітку координат  $xу$  і поверніть її на кут  $\kappa$  (*каппа*) відносно головної вертикалі згідно з вхідними даними для перспективного знімання. Виберіть 4 характерні точки місцевості на знімку та виміряйте їх координати  $xу$  відносно початкового положення координатної сітки знімка.
2. За відомими формулами виконайте в Excel обчислення зміщень точок під впливом кутів нахилу знімка і рельєфу згідно методичних вказівок та графічно відобразіть їх на знімку різними кольорами.
3. Оформіть звіт згідно методичних вказівок, в якому приведіть опис обчислень, необхідні малюнки, числові результати в таблицях та зробіть висновки.

### **Список літератури**

1. Дорожинський О.Л. Фотограмметрія та дистанційне зондування. Книга 1. – Підручник. – Львів: Видавництво Львівської Політехніки, 2019. – 176 с.
2. Дорожинський О.Л. Основи фотограмметрії: Підручник. – Львів: вид-во НУ «Львівська політехніка», 2003. – 214 с.
3. Грицьків Н.З. Презентація послідовності виконання лабораторної роботи у PowerPoint «Дослідження геометричних властивостей аерофотознімків». Львів, НУ «Львівська політехніка», 2020.

### **Вхідні дані**

Лабораторна робота виконується за індивідуальними даними, з врахуванням кількості букв у імені (**I**) та номеру згідно списку в журналі групи (**№**).

Вхідними даними для подальших обчислень є:

- **елементи внутрішнього орієнтування знімка:**

$$x_0 = y_0 = 0,00 \text{ мм}, f = 100 \text{ мм} + \text{№} 0,01 \text{ мм};$$

- **абсолютна висота фотографування:**

$$H_{\text{абс}} = 1000 \text{ м} + \text{№} 10 \text{ м};$$

- **абсолютні висоти точок на місцевості:**

$$Z_1 = 150 \text{ м} + \text{I} 1 \text{ м}, Z_2 = 250 \text{ м} + \text{II} 1 \text{ м}, Z_3 = 150 \text{ м} + \text{I} 2 \text{ м}, Z_4 = 250 \text{ м} + \text{II} 2 \text{ м}$$

- **кути нахилу знімка для двох випадків аерознімання:**

- для планового знімка (кути нахилу до  $3^\circ$ ):  
 $\alpha = 2^\circ + I 2', \omega = 0^\circ, \kappa = 1^\circ + N 2'$ ;
- для перспективного знімка (кути нахилу більші  $3^\circ$ ):  
 $\alpha = 10^\circ + I 1', \omega = 0^\circ, \kappa = 10^\circ + N 1'$ .

**Точність вимірів** координат точок знімків має становити **0,1 мм**, обчислення масштабів – з заокругленням до 10, тригонометричних функцій та напрямних косинусів – **0,0000001**.

### *Послідовність виконання лабораторної роботи*

1. Побудуйте на знімку прямокутну систему координат з початком координат у головній точці  $o$  знімка, оскільки елементи внутрішнього орієнтування  $x_0=y_0=0$ . Проведіть на знімку головну вертикаль  $vv$  під кутом  $\kappa$  згідно вхідних даних для перспективного знімка та прийміть її за вісь ординат  $y$ . Під прямим кутом до осі координат через точку  $o$  проведіть вісь  $x$  (рис. 1).

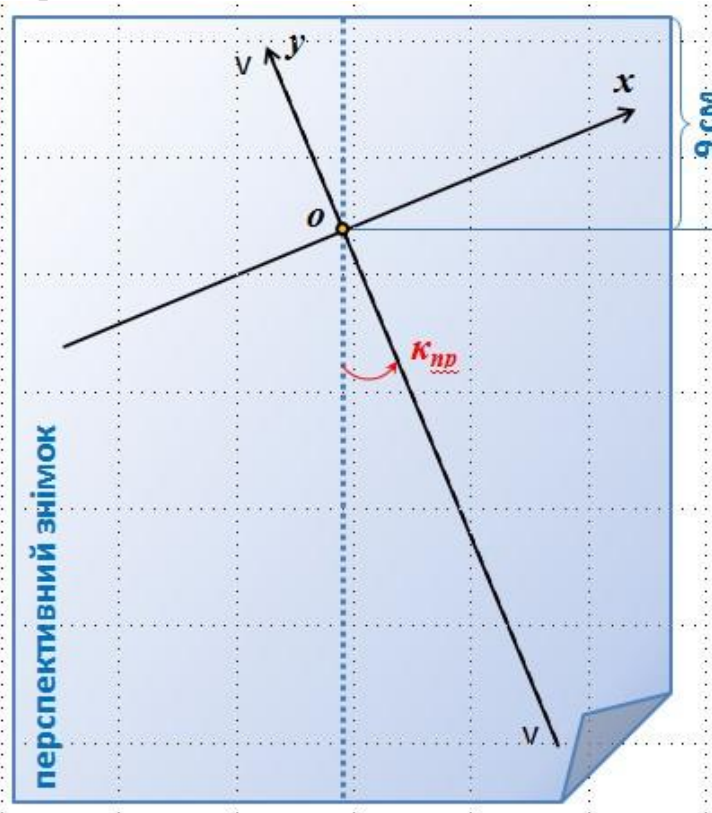


Рис. 1

2. За нижче приведеними формулами, отриманими з рис. 2 обчисліть відстані  $os$ ,  $on$  і  $oI$ . Проведіть через точку нульових спотворень  $s$  і через точку надиру  $n$  лінії  $h_ch_c$  і  $h_nh_n$ , паралельно до осі абсцис  $x$ .

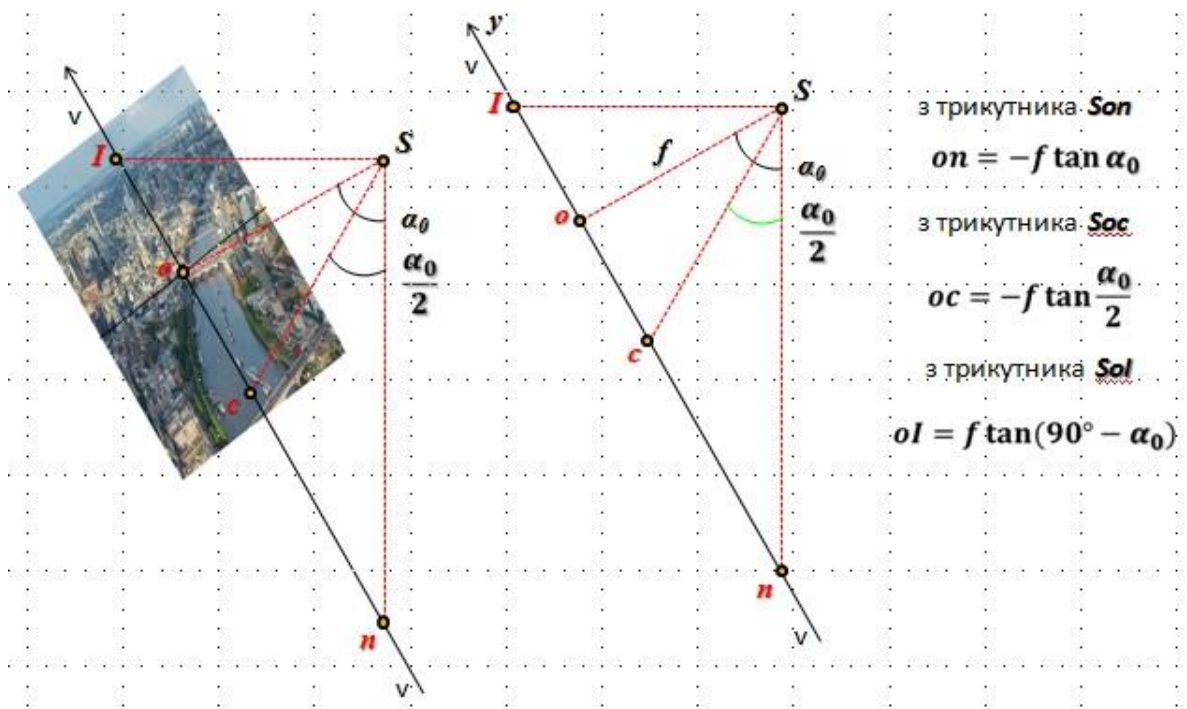


Рис. 2

3. Виберіть на знімку 4 характерні контурні точки, нанесіть їх і виміряйте координати  $x, y$  (рис. 3).

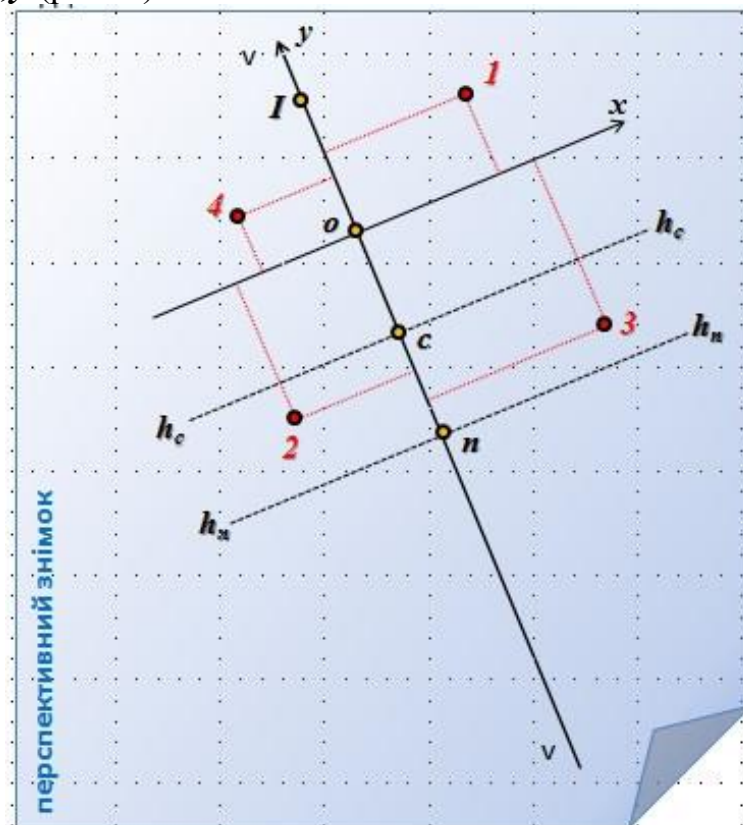


Рис. 3

4. Визначіть висоту середнього рівня місцевості над рівнем моря  $A_{cp}$  і перевищення  $h$  кожної з 4 контурних точок над середньою площиною (рис. 4).



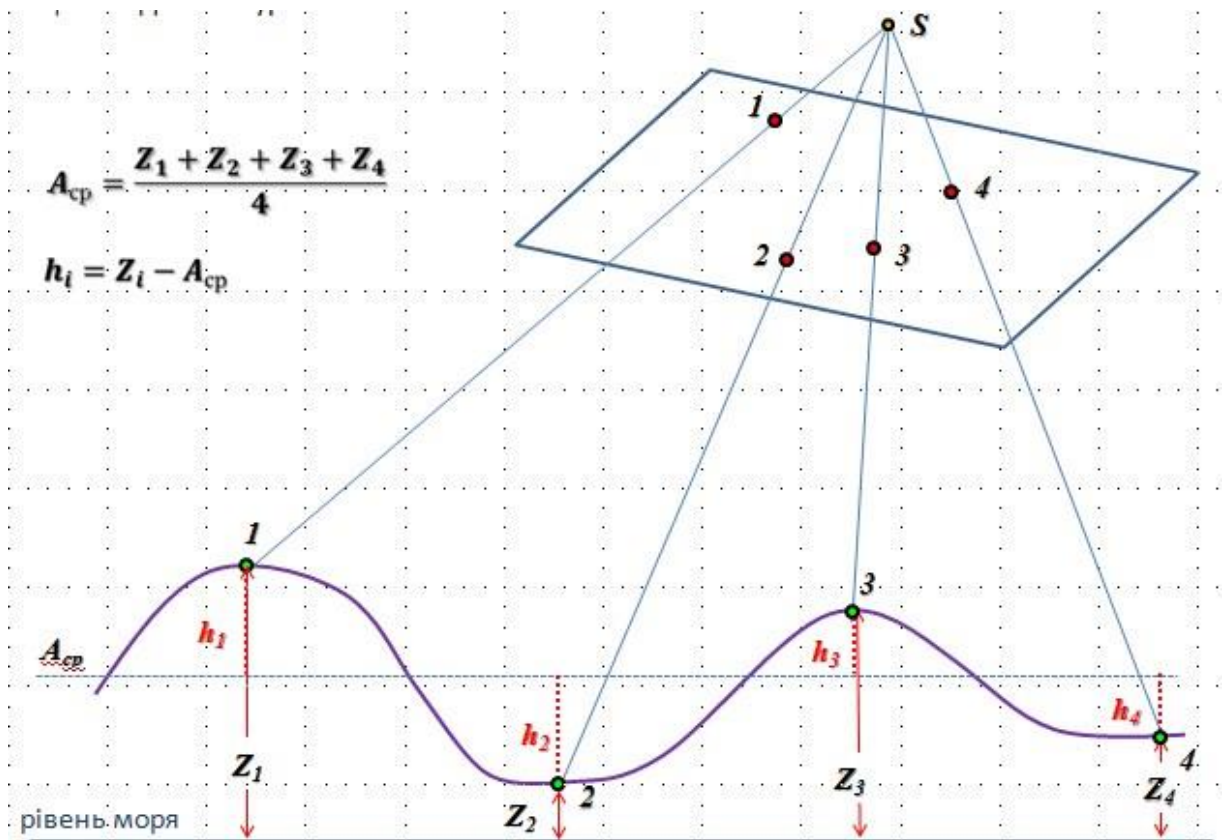


Рис. 4

5. Визначіть середню висоту фотографування  $H$  над середньою площиною та знаменник середнього масштабу знімків  $m$  відносно цієї площини за формулами на рис. 5.

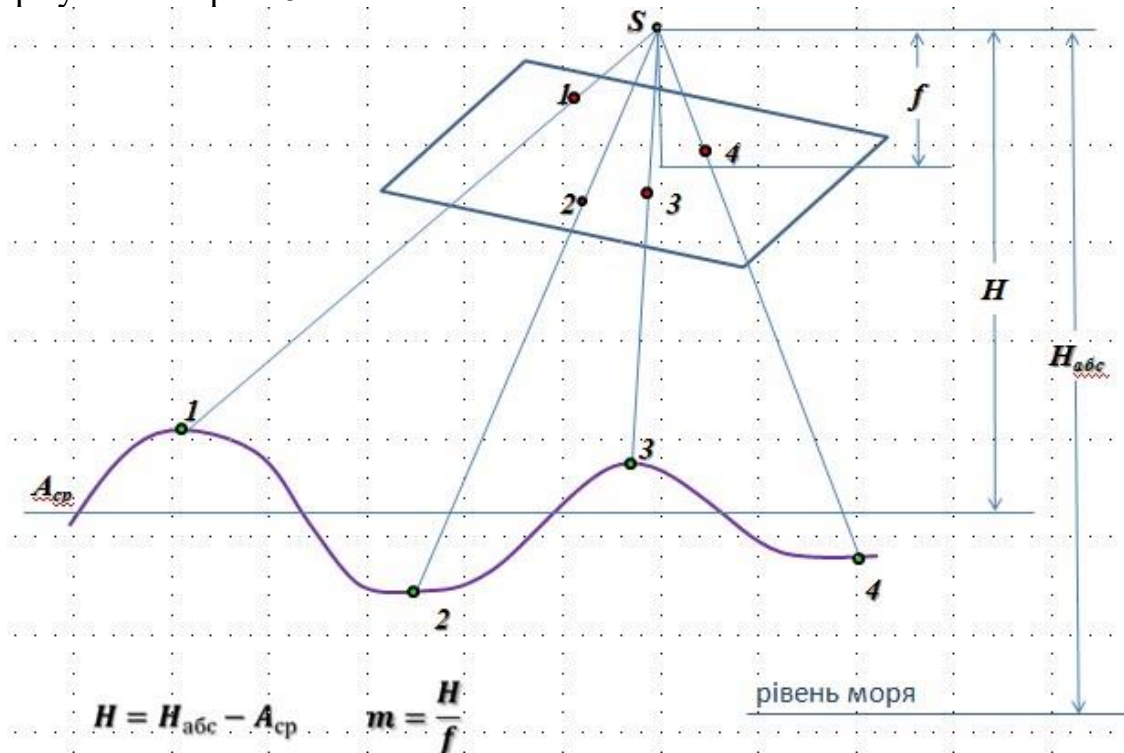


Рис. 5

6. **Завдання 1.** Визначення величин зміщень 4 контурних точок на знімку  $\delta_{ra}$ , викликаних кутом його нахилу  $\alpha$  та встановлення їх істинного положення для горизонтального знімка (рис. 6).

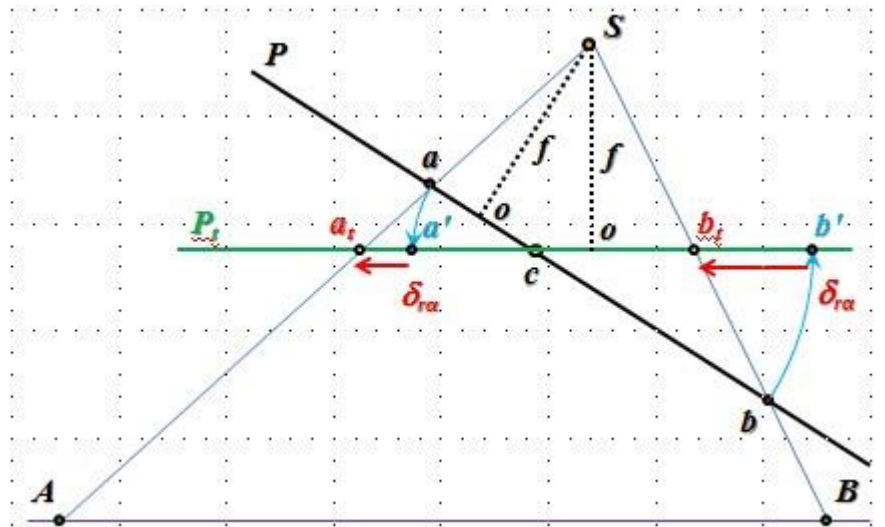
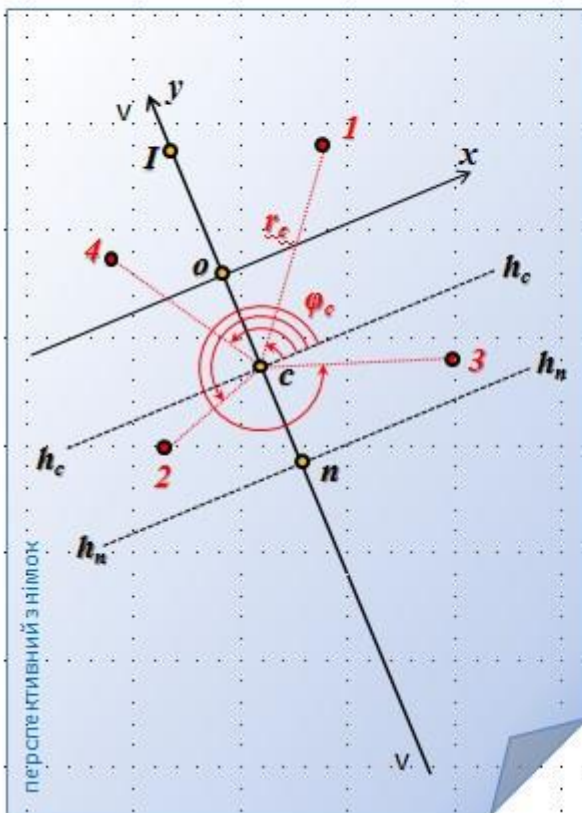


Рис. 6

1. Виміряйте на макетних знімках віддалі  $r_c$  з точністю 0,5 мм між точкою нульових спотворень  $c$  і контурними точками та кути  $\varphi_c$  з точністю  $1^\circ$ . Результати вимірів внесіть в таблицю 1.

Таблиця 1



№ точк и	f (мм)	Плановий знімок $\alpha_0 =$			Перспективний знімок $\alpha_0 =$		
		$r_c$ (мм)	$\varphi_c^\circ$	$\delta_{ra}$ (мм)	$r_c$ (мм)	$\varphi_c^\circ$	$\delta_{ra}$ (мм)
1							
2							
3							
4							

2. Користуючись формулами (1) і (2) обчисліть величини зміщень контурних точок  $\delta_{ra}$  за кут нахилу  $\alpha_0$ . Результати обчислень внесіть в таблицю 1.

для планового знімка:

$$\delta_{ra} = \frac{r_c^2 \cdot \alpha_0}{f \cdot \rho} \sin \varphi_c \quad (1)$$

для перспективного знімка:

$$\delta_{ra} = \frac{r_c^2 \sin \alpha_0 \sin \varphi_c}{f - r_c \sin \alpha_0 \sin \varphi_c} \quad (2)$$

Рис. 7

3. Виконайте аналіз отриманих результатів, а саме як збільшуються зміщення з віддаленням від точки нульових спотворень, і як впливає на її величину розташування точок відносно лінії нульових спотворень.

4. На перспективному знімку графічно покажіть зеленим чи червоним кольором зміщення контурних точок внаслідок кута нахилу знімка  $\alpha$ . Як видно на рис. 8, у випадку коли нахил  $\alpha$  зі знаком «+» точки, що лежать вище лінії  $h_c h_c$  зміщуються в напрямках до точки  $c$ . Тому в положення точок на знімку треба ввести поправку у протилежному від точки  $c$  напрямку. А точки, які розміщені нижче лінії  $h_c h_c$  зміщуються в протилежному напрямку – від точки  $c$ .

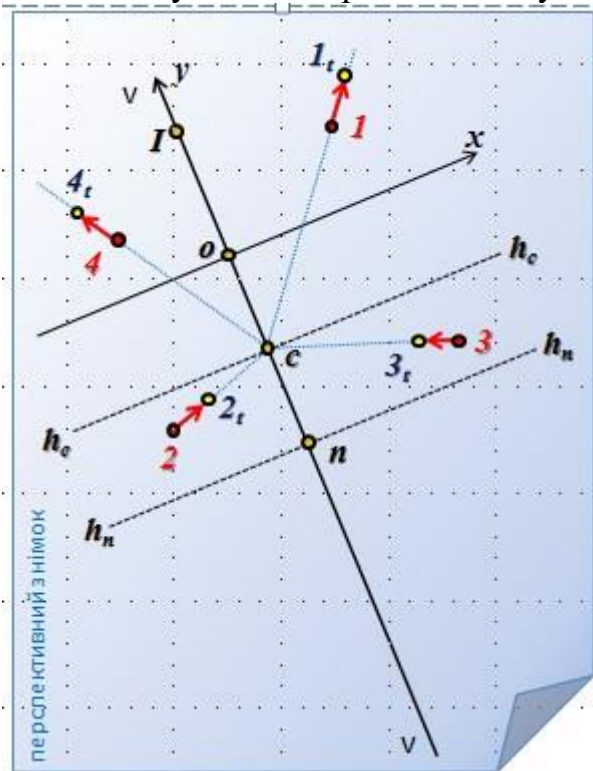


Рис. 8

**Завдання 2.** Визначення зміщень точок на знімку, викликаних рельєфом місцевості. Введення поправок у контурні точки за рельєф.

На рис. 9 наочно показано, як зміщуються точки на знімку під впливом рельєфу. При «плюсових» перевищеннях точок над середньою площиною аерознімання, наприклад, точки  $A +h_A$  вони зміщуються в напрямку від точки надиру  $n$ . І навпаки, при «від'ємних» значеннях  $-h_B$  зміщуються в протилежних напрямках - до точки надиру. Тому поправки за рельєф необхідно вносити в протилежних напрямках.

1. Виміряйте на перспективному знімку віддалі до 4 контурних точок  $r_n$  з точністю 0,5 мм та кути  $\varphi_n$  з точністю  $1^\circ$  (рис. 9). Результати вимірів внесіть у табл. 2.
2. Використовуючи формулу (3) обчисліть величини зміщень контурних точок внаслідок рельєфу місцевості. Результати обчислень внесіть у табл. 2.

$$\delta_{r_n} = \frac{r_n h}{H} \quad (3)$$

Таблиця 2

№ т.	$f, мм$	$H, м$	$h, м$	Плановий знімок			Перспективний знімок		
				$r_n, мм$	$\varphi_n^\circ, мм$	$\delta_{rn}, мм$	$r_n, мм$	$\varphi_n^\circ, мм$	$\delta_{rn}, мм$
1									
2									
3									
4									

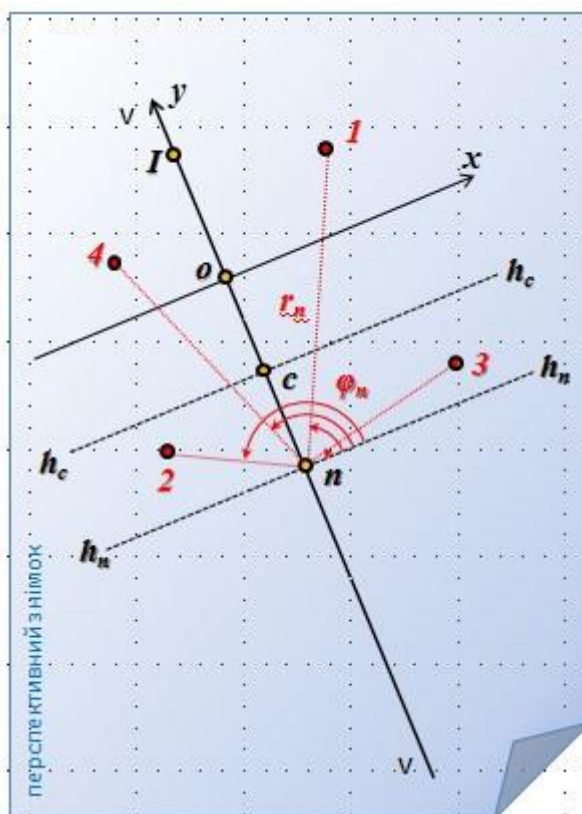


Рис. 9

3. Виконайте аналіз отриманих результатів та встановіть, як збільшуються зміщення точок на знімку зі змінами його кутів нахилу та рельєфу місцевості (перепаду висот).
4. У звіті в масштабі 10:1, дотримуючись кутів  $\varphi_c$  і  $\varphi_n$  графічно покажіть сумарне зміщення (похибку), викликану кутом нахилу знімка і рельєфом місцевості та нове розташування цієї точки з врахування цих зміщень для однієї з контурних точок перспективного знімка. Під час побудови необхідно враховувати, як контурна точка розташована відносно точок  $c$  і  $n$  та знаки величин зміщень, які залежать від кута нахилу знімка, напрямів на точку  $\varphi_c$  і  $\varphi_n$  та знаку перевищень (табл. 3).

На рис. 10 наведено приклад графічної побудови для умовної точки  $a$  з певними значеннями кутів  $\varphi_c$  і  $\varphi_n$  та  $\delta_{ra}$  і  $\delta_{rn}$ .

Перспективний знімок			
$\varphi_c^\circ, \text{мм}$	$\delta_{rc}, \text{мм}$	$\varphi_n^\circ, \text{мм}$	$\delta_{rn}, \text{мм}$
45°	-5,3	25°	2,1

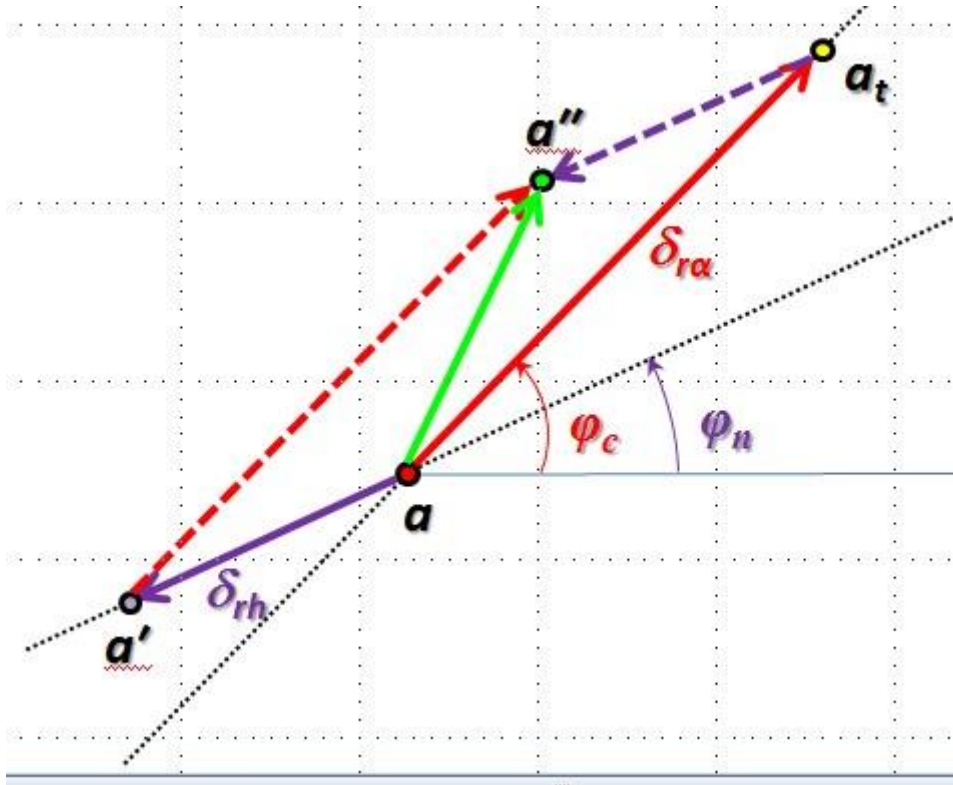


Рис. 10

## Тема 2. Проектування аерофотознімальних робіт

**Мета** цих методичних вказівок – опрацювати теоретичний матеріал курсу за даною тематикою і виконати розрахунок параметрів аерофотознімання, матеріали якого необхідні для створення та оновлення топографічних планів і карт відповідних масштабів на території України.

### **Завдання до виконання лабораторної роботи**

Розрахуйте параметри аерофотознімання з літака **АН-2** цифровою аерокамерою **Leica DMC III** з фокусною віддаллю  $f$ , із заданими значеннями поздовжнього  $P_x$  і поперечного  $P_y$  перекриттів знімків, з абсолютної висоти фотографування  $H_{абс.}$  для створення топографічної карти в масштабі 1:М ділянки місцевості розміром  $A \times C$  (км) з мінімальною  $Z_{min}$  та максимальною  $Z_{max}$ , відмітками

### **Список літератури**

1. Дорожинський О.Л. Фотограмметрія та дистанційне зондування. Книга 1. – Підручник. – Львів: Видавництво Львівської Політехніки, 2019. – 176 с.
2. Дорожинський О.Л. Основи фотограмметрії: Підручник. – Львів: вид-во НУ «Львівська політехніка», 2003. – 214 с.
3. Грицьків Н.З. Презентація послідовності виконання лабораторної роботи у PowerPoint «Проектування аерофотознімальних робіт». Львів, НУ «Львівська політехніка», 2020.

### **Вхідні дані**

Лабораторна робота виконується за індивідуальними даними, з врахуванням кількості букв у імені (**I**), прізвищі (**II**) та номеру згідно списку в журналі групи (**№**).

Вхідними даними для подальших обчислень є:

1. Розміри ділянки місцевості:  
 $A = 30\text{км} + \text{II} \cdot 1\text{ км}, \quad C = 20\text{ км} + \text{II} \cdot 1\text{ км}.$
2. Перепад висот на місцевості:  
 $Z_{min} = 220\text{ м} + \text{I} \cdot 1\text{ м}, \quad Z_{max} = 250\text{ м} + \text{I} \cdot 1\text{ м}.$
3. Фокусна віддаль аерокамери:  
 $f = 92\text{ мм} + \text{№} \cdot 0,1\text{ мм}.$
4. Перекриття знімків:  
 $P_x = 60\% + \text{I} \cdot 1\%, \quad P_y = 30\% + \text{I} \cdot 1\%.$
5. Абсолютна висота польоту:  
 $H_{абс} = 1500\text{ м} + \text{№} \cdot 1\text{ м}.$

### *Загальні положення*

Матеріали аерофотознімання широко застосовуються для складання та оновлення топографічних планів та карт (рис. 11).

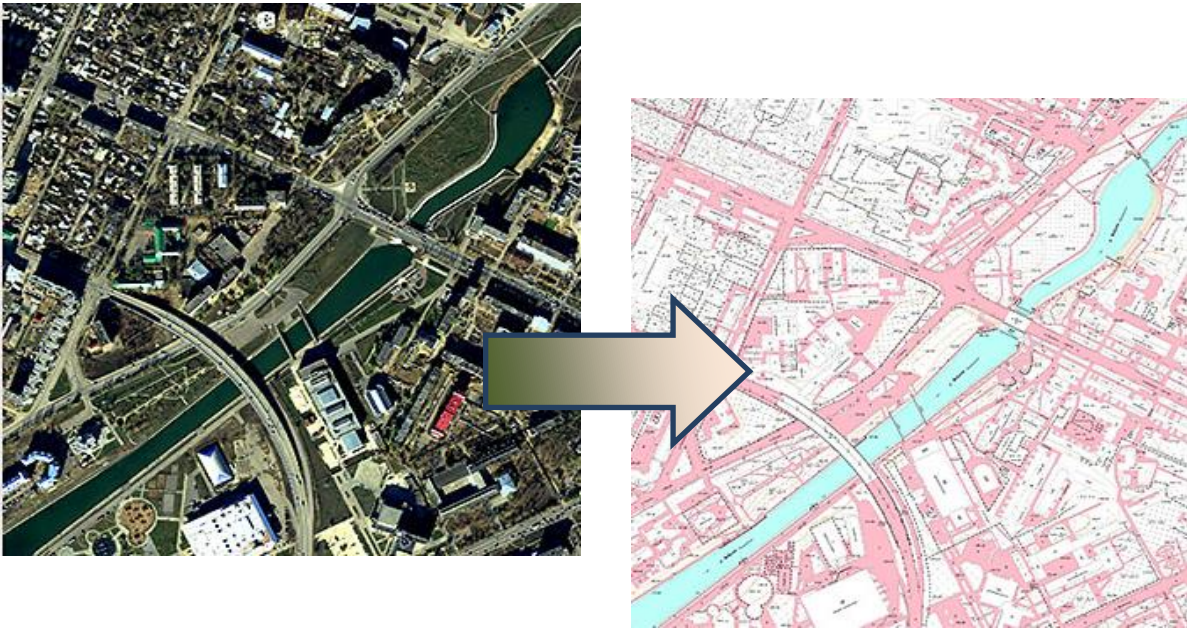


Рис. 11

До аерофотознімання ставлять певні технічні вимоги стосовно параметрів польоту, які попередньо розраховують і дотримання яких є обов'язковим для подальшої фотограмметричної обробки аерофотознімків.

Метою аерознімальних робіт, які виконуються за запроєктованими маршрутами (рис. 12), є отримання аерознімків місцевості у відповідному масштабі за допомогою спеціального фотоапарата – цифрової аерофотокамери, яка встановлюється на літаку (рис. 13; 14; 15).

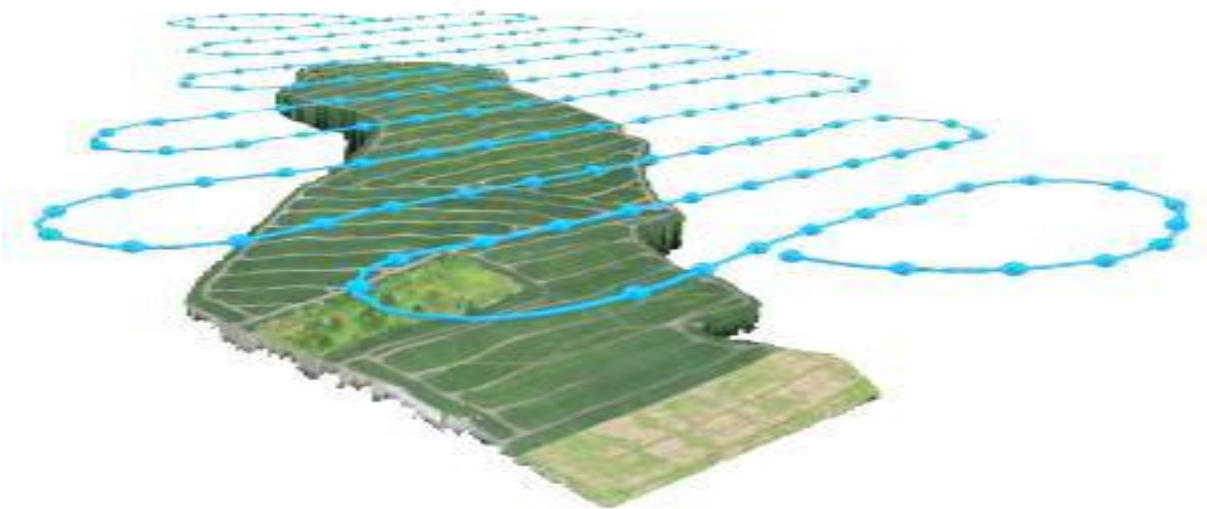


Рис. 12. Схема маршрутів аерознімання



Рис. 13. Літак АН-2



Рис. 14. Аерокамера DMC III



Рис. 15. Працівники НДВП «Геосистема» в процесі роботи

У процесі аерознімання на одному знімку відображається відносно невелика ділянка місцевості, розмір якої залежить від формату знімка, фокусної відстані камери та висоти фотографування. Тому, якщо необхідно виконати знімання значно більшої території (міста, району), то виконується знімання за декількома маршрутами.

(рис. 16).

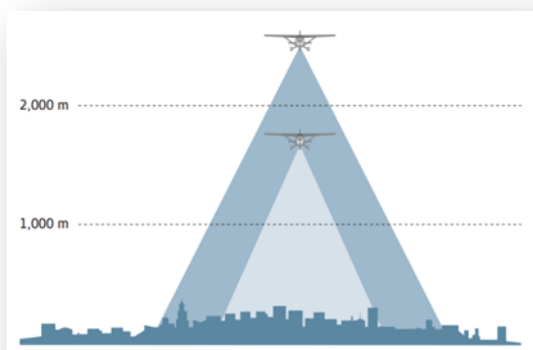


Рис. 16. Схема маршрутного аерознімання



Фотографування проводять через визначені проміжки часу таким чином, щоб частина ділянки, яка зображується на одному знімку, була відображена на наступному. Таке перекриття є необхідним для фотограмметричної обробки знімків.

Перекриття  $P_x$  (%) вздовж напрямку польоту називається повздовжнім і виражається у відсотках, як відношення ширини перекритої частини до ширини всього знімка ( $l_x$ ) (рис. 17).

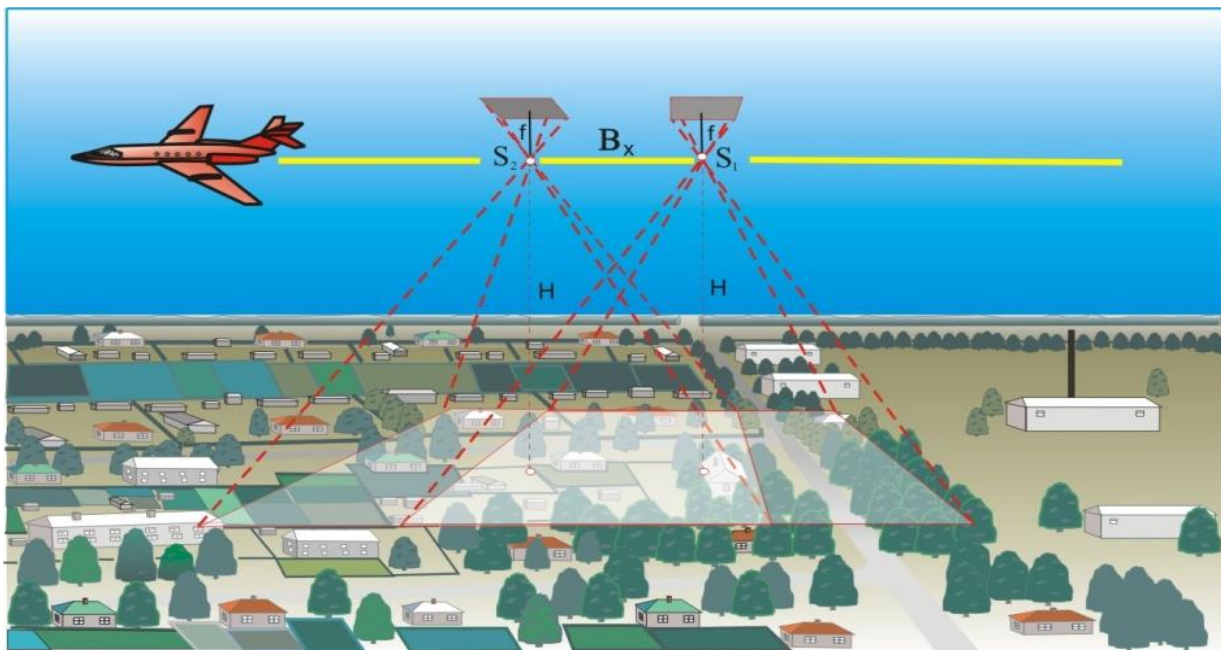


Рис. 17. Повздовжнє перекриття знімків

Якщо ширина знімків, отриманих в одному маршруті, не забезпечує фотографічним матеріалом всю ділянку місцевості, то прокладають серію таких взаємно паралельних маршрутів. Причому, частина ділянки, сфотографована на одному маршруті повинна обов'язково відображатися на наступному. Таке поперечне перекриття  $P_y$  (%) поперек напрямку маршруту також виражається у відсотках від ширини всього знімка ( $l_y$ ). (рис. 18).

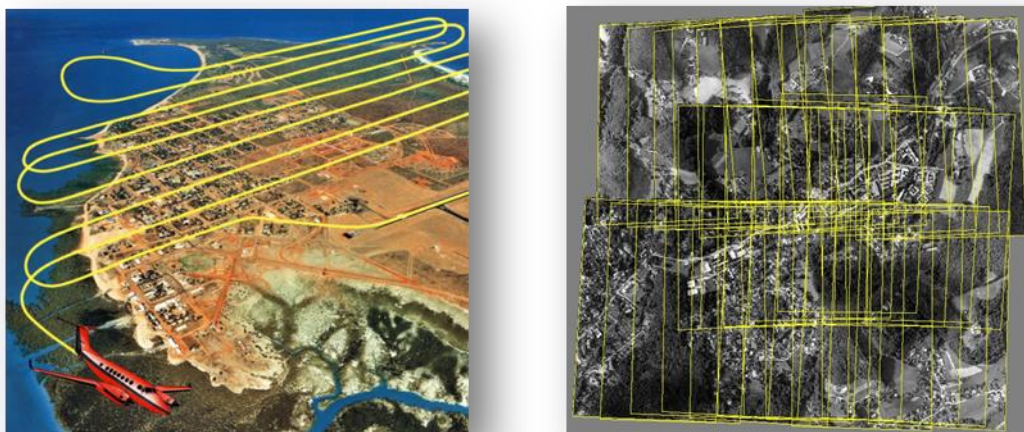


Рис. 18. Накидний монтаж аерознімків

## **Розрахунок параметрів аерознімання**

1. Висота фотографування:

$$H_{\phi} = H_{abc} - Z_{cp}, \quad Z_{cp} = (Z_{min} + Z_{max})/2$$

2. Масштаб аерознімання:

$$1/m = f / H_{\phi}$$

3. Поздовжній базис в масштабі аерознімка:

$$b_x = l_x (100\% - P_x\%) / 100$$

4. Базис на місцевості:

$$B_x = b_x m$$

5. Відстань між маршрутами в масштабі знімка:

$$d_y = l_y (100\% - P_y\%) / 100$$

6. Відстань між маршрутами на місцевості:

$$D_y = d_y m$$

7. Кількість знімків в одному маршруті:

$$n = A / B_x + 3$$

8. Кількість маршрутів:

$$N = C / D_y + 1$$

9. Загальна кількість знімків:

$$\Sigma_{zn} = n N$$

10. Кількість км аерознімання:

$$L = N (A + 2 B_x)$$

11. Інтервал фотографування:

$$t = B_x / V,$$

де  $V = 180$  км/год – крейсерська швидкість літака АН-2

12. Чистий час аерознімання (без часу на розвороти при заходах на маршрути, доліт і повернення на аеродром):

$$T = L / V$$

Проектування аерознімальних робіт передбачає і наведення маршрутів аерознімання на актуальних картах масштабів 1:10000 або 1:25000, виявлення і нанесення на них характерних об'єктів вздовж маршрутів для подальшого орієнтування штурмана в процесі польоту літака. Маршрути аерознімання прокладають в напрямках з заходу на схід і зі сходу на захід.

Сучасні аерознімальні комплекси мають на борту літака навігаційні системи, які в автоматизованому режимі забезпечують політ літака за заданим маршрутом і дають сигнал на аерокамеру в потрібний момент знімання. GNSS система дає можливість визначати просторові координати центрів проекції в момент фотографування з точністю 5-10 см, а інерційна навігаційна система (ІНС) з використанням гіростабілізуючої платформи, на яку кріпиться аерокамера, дає можливість визначати кути нахилу знімків в момент фотографування з точністю 1'-3', а також курс (азимут) польоту, швидкість літака і виводити ці дані на екран монітора. Таким чином, знання елементів зовнішнього орієнтування знімків в моменти фотографування значно

прискорює подальшу фотограмметричну обробку стереопар і створення картографічних матеріалів з необхідною точністю.

Інерційні навігаційні системи, зокрема компанії Applanix (Канада), використовують також у судноплавстві для морської навігації. Це так звані системи POS-MV (**P**osition and **O**rientation **S**ystems for **M**arine **V**essels). Їхнє застосування разом з багатопроменевими ехолотами дають можливість виконувати картографування морського дна, гаваней, використовувати для днопоглиблювальних робіт тощо. Крім того, ці системи в реальному режимі часу дозволяють визначати географічні широту і довготу судна, його швидкість, поздовжні і поперечні кути нахилу та вертикальні переміщення.

### *Контрольні запитання*

1. Наведіть технічні характеристики аерофотокамери Leica DMC III. Знаючи розміри світлочутливої матриці у пікселях та розмір пікселя, визначіть лінійні розміри знімка  $l_x$ ,  $l_y$  і використайте їх в розрахунках параметрів АФЗн.
2. Які види аерофотокамер застосовують для аерофотознімання. Дайте загальний опис трьох сучасних аерофотокамер.
3. Наведіть технічні характеристики літака АН-2.
4. Які літаки та гелікоптери використовують для аерофотознімання – наведіть приклади.
5. Дайте пояснення повздовжньому та поперечному паралаксу аерофотознімків. Зобразіть ці величини на рисунку.
6. Дайте визначення базису фотографування і базису аерофотознімків. Зобразіть ці величини на рисунку.
7. Як впливають фокусна віддаль та висота фотографування на масштаб зображення аерофотознімків.

### **Тема 3. Визначення координат точок місцевості за вимірами їх координат на аерознімку та відомими елементами внутрішнього і зовнішнього орієнтування знімка**

*Мета цих методичних вказівок* – опрацювати теоретичний матеріал курсу за даною тематикою і аналітично визначити просторові координати точок місцевості  $XU$  за вимірними їх координатами на аерознімку та відомими його елементами внутрішнього і зовнішнього орієнтування.

#### ***Завдання до виконання лабораторної роботи***

1. Роздрукуйте аерофотознімок (18x12 см), наведіть на ньому сітку координат  $xu$ , виберіть 2 характерні точки місцевості на знімку та виміряйте їх координати  $xu$ .
2. За відомими формулами виконайте в Excel відповідні обчислення згідно методичних вказівок і зведіть їх у таблиці.
3. Оформіть звіт згідно методичних вказівок, в якому послідовно приведіть всі обчислення і зробіть висновки.

#### ***Список літератури***

1. Дорожинський О.Л. Фотограмметрія та дистанційне зондування. Книга 1. Підручник. Львів: Видавництво Львівської Політехніки, 2019. 176 с.
2. Дорожинський О.Л. Основи фотограмметрії: Підручник. Львів: вид-во НУ «Львівська політехніка», 2003. 214 с.
3. Грицьків Н.З. Презентація послідовності виконання лабораторної роботи у PowerPoint «Визначення координат точок об'єкта (місцевості) за відомими елементами зовнішнього орієнтування поодиноким аерофотознімком». Львів, НУ «Львівська політехніка», 2020.

#### ***Вхідні дані***

Лабораторна робота виконується за індивідуальними даними, з врахуванням кількості букв у імені (I), прізвищі (II) та номеру згідно списку в журналі групи (№).

Вхідними даними для подальших обчислень є:

- ***елементи внутрішнього орієнтування знімка:***

$$x_0 = 0,01 \text{ мм} + \text{I } 0,01 \text{ мм}, y_0 = 0,01 \text{ мм} + \text{II } 0,01 \text{ мм}, \\ f = 100 \text{ мм} + \text{№ } 0,01 \text{ мм}.$$

- ***елементи зовнішнього орієнтування знімка:***

- ***координати центру проєкції (т. S) в умовній системі координат місцевості:***

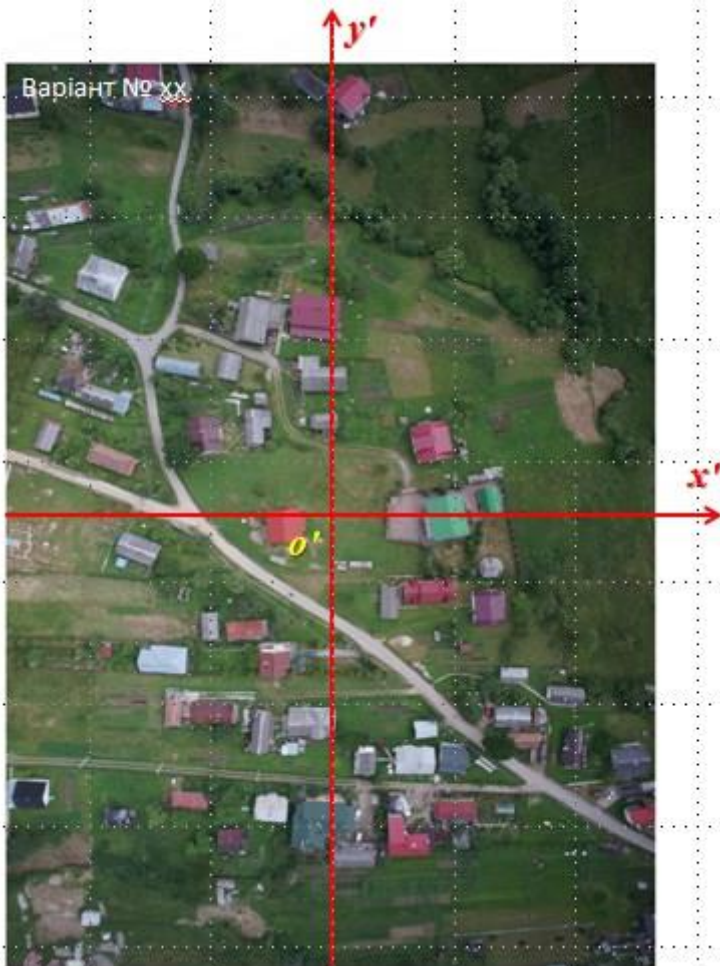
$$X_S = 1000 \text{ м}, Y_S = 1000 \text{ м}, Z_S = 1000 \text{ м} + \text{№ } 10 \text{ м};$$

- кути нахилу знімка для трьох випадків аерознімання:
- для горизонтального знімка:  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $\kappa = 0^\circ$ ;
- для планового знімка (кути нахилу до  $3^\circ$ ):  
 $\alpha = 2^\circ + I 2'$ ,  $\omega = 2^\circ + II 2'$ ,  $\kappa = 1^\circ + N_2 2'$ ;
- для перспективного знімка (кути нахилу більші  $3^\circ$ ):  
 $\alpha = 10^\circ + I 1^\circ$ ,  $\omega = 10^\circ + II 1^\circ$ ,  $\kappa = 1^\circ + N_2 2'$ .

Точність обчислень координат точок знімків має становити **0,01 мм**, координат точок місцевості – **0,01 м**, тригонометричних функцій та напрямних косинусів – **0,0000001**.

### Послідовність виконання лабораторної роботи

1. Коротко опишіть знімок. Побудуйте на знімку плоску систему координат  $o'x'y'$  (рис. 19).



$o'$  - геометричний центр знімка.

Рис. 19

2. Виберіть на знімку дві характерні контурні точки в I і III чвертях системи координат знімка і виконайте їх вимірювання лінійкою з точністю до **0,1 мм** (на око) (рис. 20).



Рис. 20

3. Перейдіть від вимірних координат до координат з початком в головній точці знімка  $o$  (рис. 21) і дані внесіть в таблицю 4.

$$x = x' - x_0, y = y' - y_0.$$

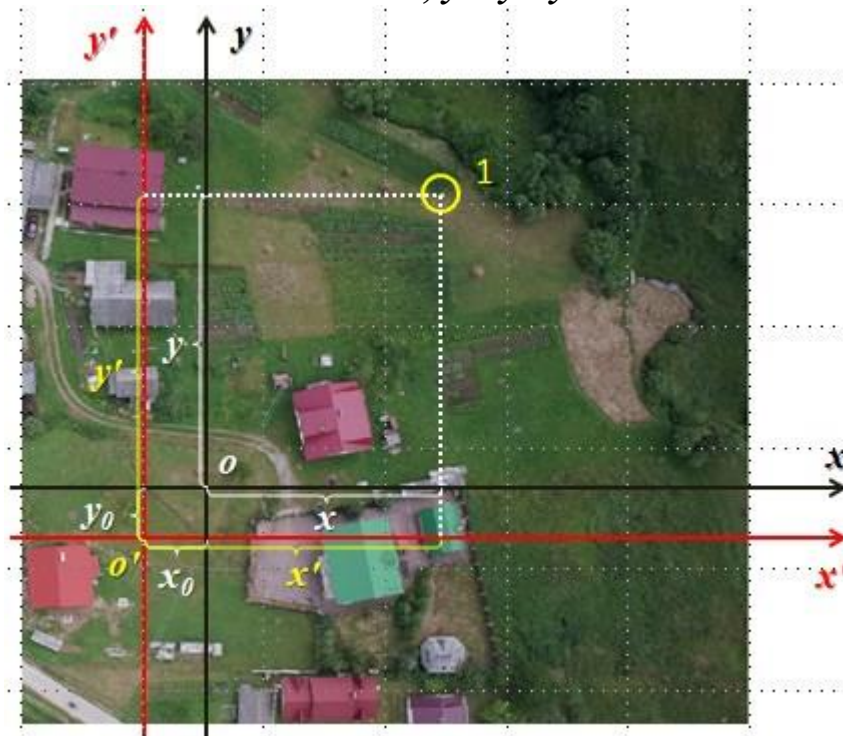


Рис. 21

Координати контурних точок в системах координат знімка

№	Система координат <i>o'x'y'</i>		Елем. внутрішн. орієнтування		Система координат <i>oxy</i>	
	<i>x', мм</i>	<i>y', мм</i>	<i>x<sub>0</sub>, мм</i>	<i>y<sub>0</sub>, мм</i>	<i>x=x'-x<sub>0</sub>, мм</i>	<i>y=y'-y<sub>0</sub>, мм</i>
1						
2						

4. Обчисліть напрямні косинуси за наближеними формулами (2) для горизонтального і планового знімків, а за строгими формулами (3) для перспективного знімка (дані внесіть у табл. 5).

$$a_1 = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{1}{2}\kappa^2;$$

$$a_2 = -\kappa - \alpha\omega;$$

$$a_3 = -\alpha;$$

$$b_1 = \kappa;$$

$$b_2 = 1 - \frac{1}{2}\omega^2 - \frac{1}{2}\kappa^2;$$

$$b_3 = -\omega;$$

$$c_1 = \alpha + \omega\kappa;$$

$$c_2 = \omega - \alpha\kappa;$$

$$c_3 = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{1}{2}\omega^2.$$

$$a_1 = \cos \alpha \cos \kappa - \sin \alpha \sin \omega \sin \kappa,$$

$$a_2 = -\cos \alpha \sin \kappa - \sin \alpha \sin \omega \cos \kappa,$$

$$a_3 = -\sin \alpha \cos \omega,$$

$$b_1 = \cos \omega \sin \kappa,$$

$$b_2 = \cos \omega \cos \kappa,$$

$$b_3 = -\sin \omega,$$

$$c_1 = \sin \alpha \cos \kappa + \cos \alpha \sin \omega \sin \kappa,$$

$$c_2 = -\sin \alpha \sin \kappa + \cos \alpha \sin \omega \cos \kappa,$$

$$c_3 = \cos \alpha \cos \omega,$$

(3)

Таблиця 5

## Напрямні косинуси

Коефіцієнт	Горизонтальний знімок	Плановий знімок	Перспективний знімок
<b>a<sub>1</sub></b>			
<b>a<sub>2</sub></b>			
...			
<b>c<sub>3</sub></b>			

5. Обчисліть координати  $X'_i$ ,  $Y'_i$ ,  $Z'_i$  для точок аерофотознімка в системі координат  $SX'Y'Z'$  за формулами (4) (рис. 22), (дані внесіть в табл. 6).

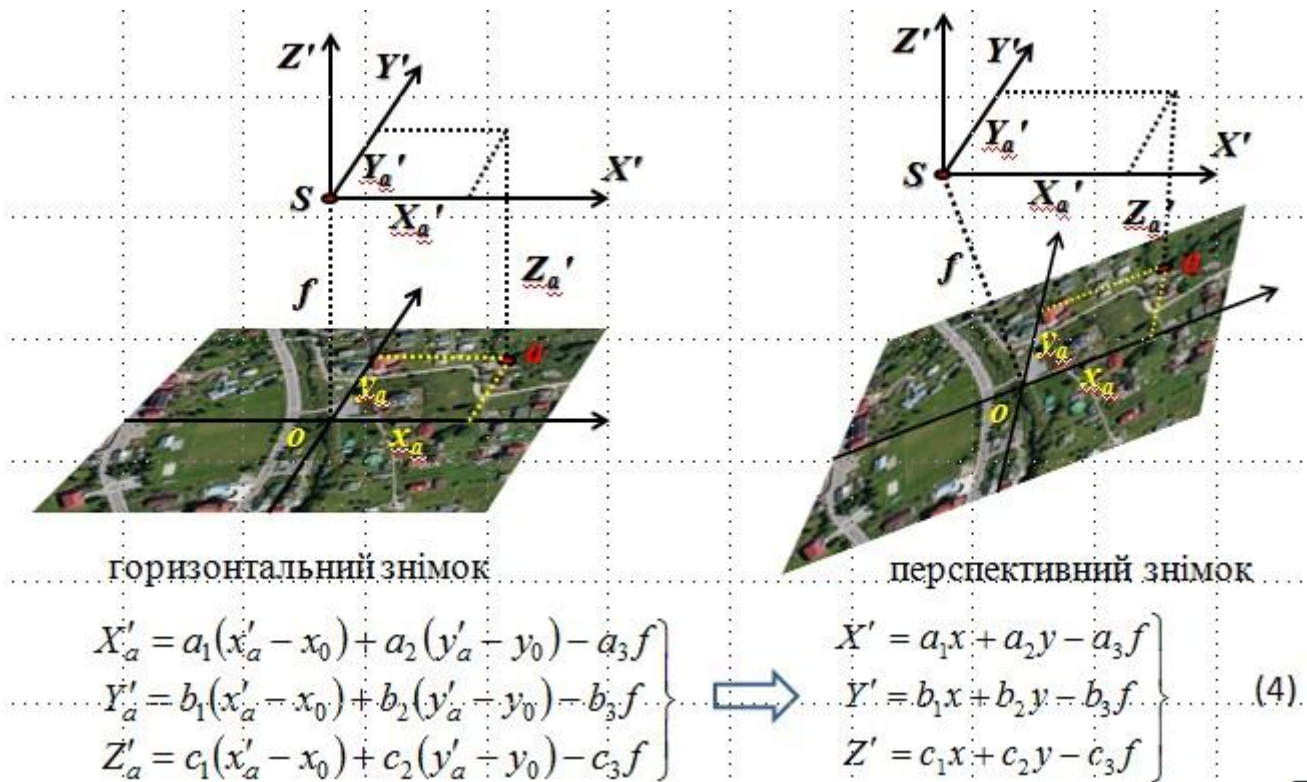


Рис. 22

Таблиця 6

Координати контурних точок у допоміжних системах  $Sxyz$  і  $SX'Y'Z'$

6. Обчисліть скалярні множники за формулою (5) (рис. 23), (дані внесіть у табл. 7).

Таблиця 7

№	Система координат $Sxyz$			Система координат $SX'Y'Z'$								
				горизонт. знімок			плановий знімок			перспективний знімок		
	$x$ , мм	$y$ , мм	$f$ , мм	$X'$ , мм	$Y'$ , мм	$Z'$ , мм	$X'$ , мм	$Y'$ , мм	$Z'$ , мм	$X'$ , мм	$Y'$ , мм	$Z'$ , мм

Обчислення скаляра N

№	$Z_i - Z_s$ , м	горизонтальний знімок		плановий знімок		перспективний знімок	
		$Z'$ , мм	N, м/мм	$Z'$ , мм	N, м/мм	$Z'$ , мм	N, м/мм



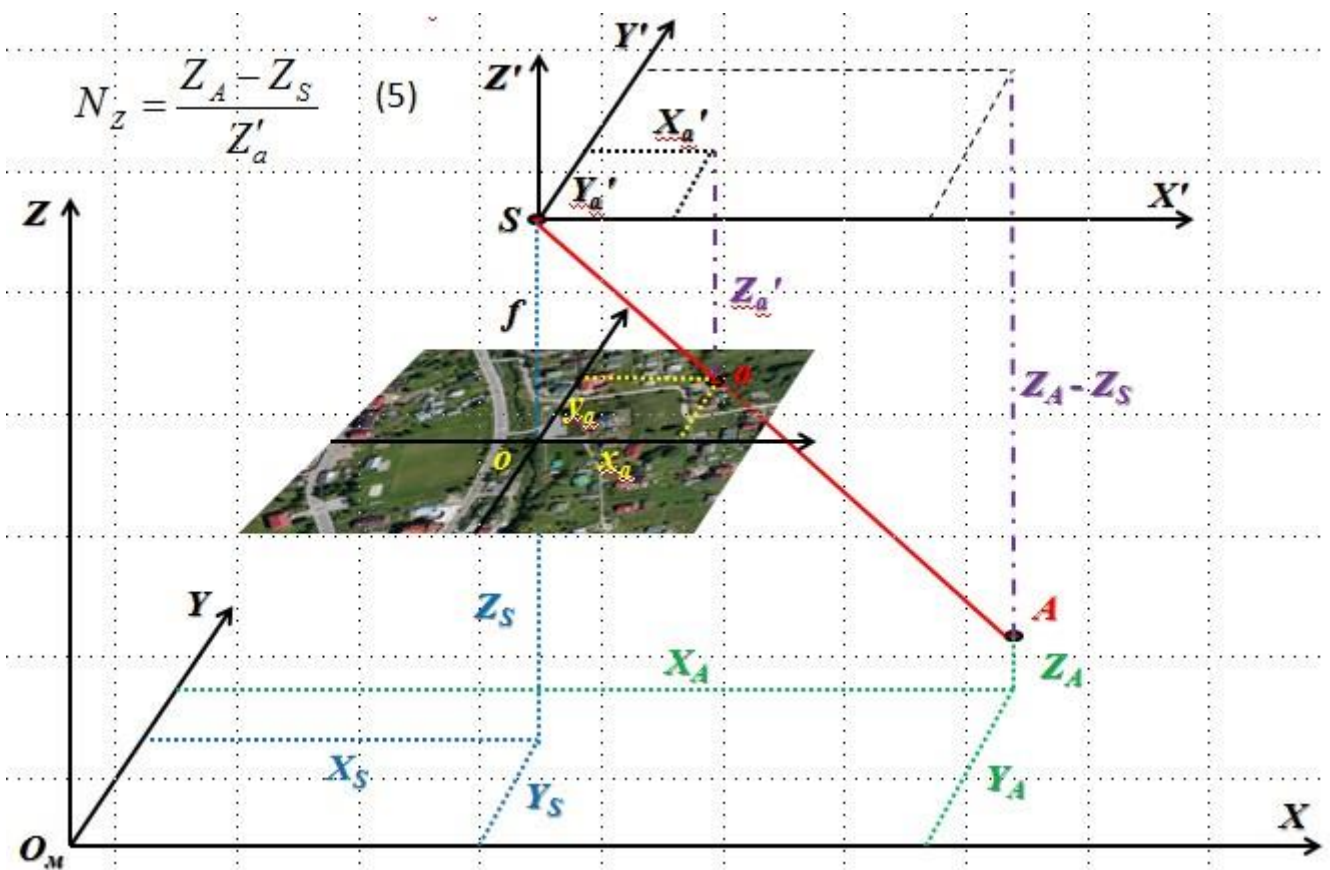
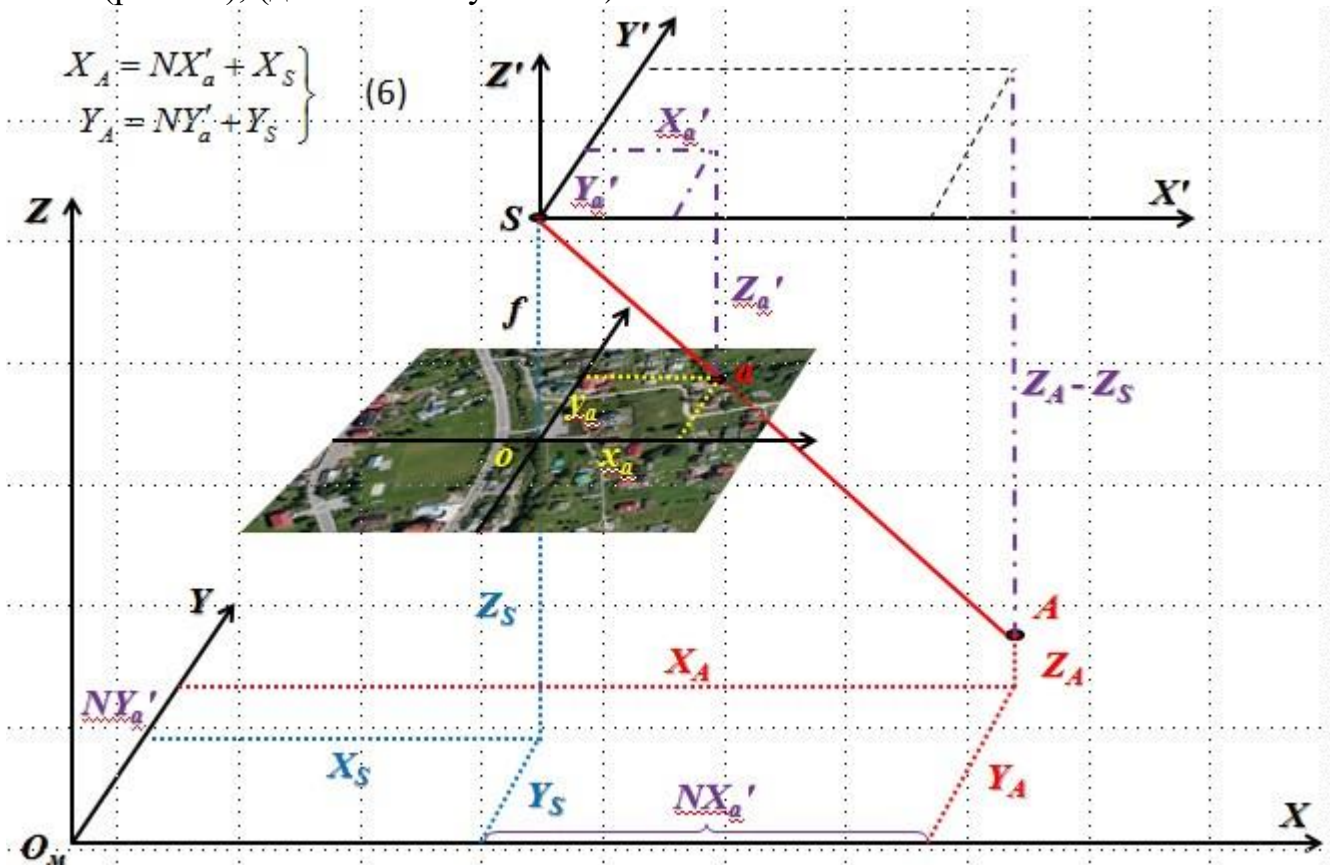


Рис. 23

7. Обчисліть планові координати  $X_i$ ,  $Y_i$  точок об'єкта за формулами (6) (рис. 24), (дані внесіть у табл. 8)



Каталог координат точок місцевості

№	горизонтальний знімок		плановий знімок		перспективний знімок	
	$X, м$	$Y, м$	$X, м$	$Y, м$	$X, м$	$Y, м$
1						
2						

8. За вимірними координатами планового і перспективного аерознімків  $x'_i, y'_i$  обчисліть їх трансформовані значення  $x_t, y_t$  за наближеними формулами (7) для планового знімка і строгими (8) для перспективного знімка (рис. 25), (дані внесіть у табл. 9).

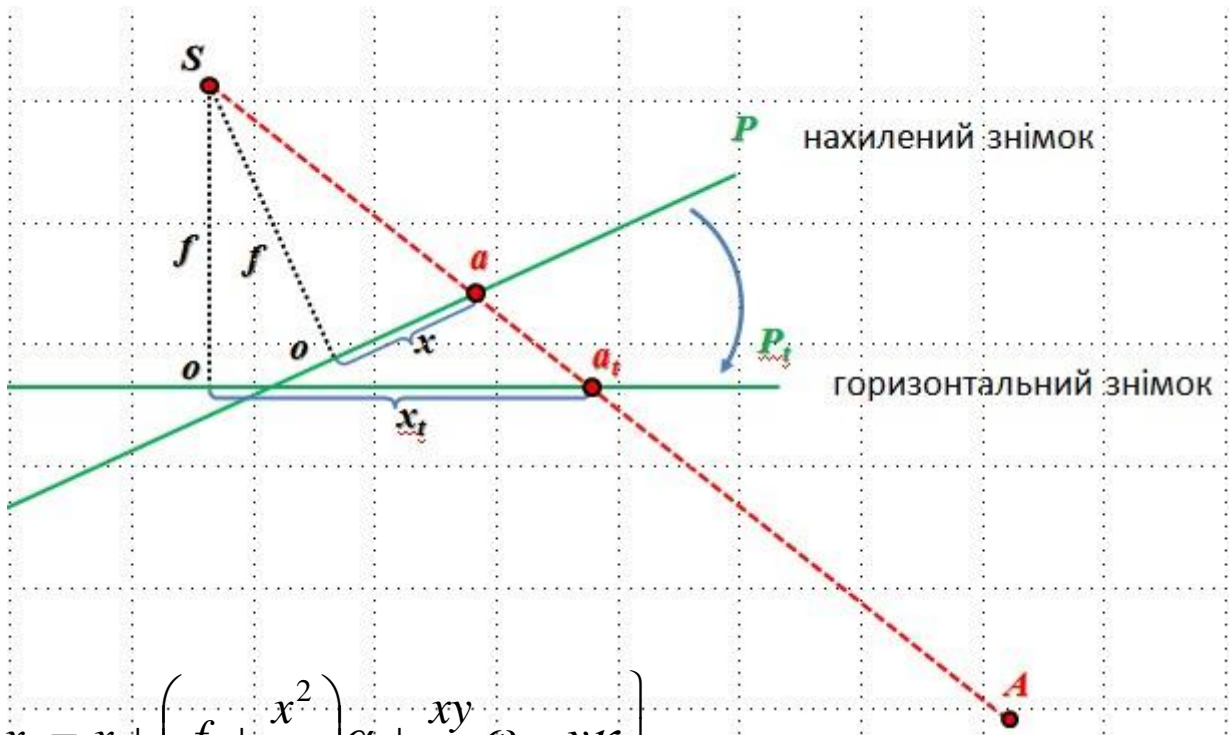


Рис. 25

$$\left. \begin{aligned} x_t &= x + \left( f + \frac{x^2}{f} \right) \alpha + \frac{xy}{f} \omega - y\kappa \\ y_t &= y + \frac{xy}{f} \alpha + \left( f + \frac{y^2}{f} \right) \omega + x\kappa \end{aligned} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{aligned} x_t &= -f \frac{a_1(x' - x_0) + a_2(y' - y_0) - a_3f}{c_1(x' - x_0) + c_2(y' - y_0) - c_3f} \\ y_t &= -f \frac{b_1(x' - x_0) + b_2(y' - y_0) - b_3f}{c_1(x' - x_0) + c_2(y' - y_0) - c_3f} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_t &= -f \frac{X'}{Z'} \\ y_t &= -f \frac{Y'}{Z'} \end{aligned} \right\} (8)$$

(7),(8) – це формули аналітичного трансформування аерознімків.

## Трансформовані координати контурних точок знімка

№	$f, \text{мм}$	плановий знімок					перспективний знімок				
		$X', \text{мм}$	$Y', \text{мм}$	$Z', \text{мм}$	$x_t, \text{мм}$	$y_t, \text{мм}$	$X', \text{мм}$	$Y', \text{мм}$	$Z', \text{мм}$	$x_t, \text{мм}$	$y_t, \text{мм}$
1											
2											

9. Обчисліть значення знаменників масштабів аерознімка в контурних точках за формулами (9), (дані внесіть у табл. 7).

$$m_i = \frac{H_{\Phi i}}{f}, \text{ де } H_{\Phi i} = H_{abc} - Z_i \quad (9)$$

10. Обчисліть планові координати  $X_i, Y_i$  точок об'єкта за формулами (10), (дані внесіть у табл. 10).

$$X_i = m_i x_{ti} + X_s; \quad Y_i = m_i y_{ti} + Y_s \quad (10)$$

## Значення масштабів аерознімка в контурних точках і планові координати точок об'єкта

№	$H_{abc}, \text{м}$	$Z, \text{м}$	$H_{\Phi}, \text{м}$	$f, \text{м}$	$m$	$X_s, \text{м}$	$Y_s, \text{м}$	плановий знімок		перспективний знімок	
								$X, \text{м}$	$Y, \text{м}$	$X, \text{м}$	$Y, \text{м}$
1											
2											

11. Виконайте аналіз отриманих результатів:

- порівняйте значення просторових координат  $X, Y$  точок об'єкта на перспективному знімку, обчислені через трансформовані координати (табл. 10) з координатами, отриманими у пункті 7 (табл. 8);
- порівняйте координати точок об'єкта  $X, Y$ , обчислені з використанням наближених формул за плановим знімком.

12. Обчисліть точність визначення координат точок місцевості  $m_{x,y}$  за формулами (11) для ідеального випадку знімання за заданих умов:  $m_x = m_y = 0,1 \text{ мм}$ ,  $m_H = 0,1 \text{ м}$ ,  $m_f = 0,01 \text{ мм}$ .

$$X = \frac{H}{f} x \quad Y = \frac{H}{f} y$$

$$m_x = \sqrt{\left(\frac{H}{f}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{x}{f}\right)^2 m_H^2 + \left(\frac{Hx}{f^2}\right)^2 m_f^2} \quad (11)$$

$$m_y = \sqrt{\left(\frac{H}{f}\right)^2 m_y^2 + \left(\frac{y}{f}\right)^2 m_H^2 + \left(\frac{Hy}{f^2}\right)^2 m_f^2}$$

З трьох доданків формул (11) найбільше на точність  $m_{x,y}$  впливає перший. Для її підвищення необхідно або зменшувати висоту фотографування та збільшувати фокусну віддаль аерокамери, що приводить до отримання значно більшої кількості аерознімків у більш крупних масштабах (рис. 26), що може бути економічно невигідно.



Рис. 26

Важливо також підвищувати точність вимірювання координат точок. На сучасних цифрових станціях (ЦФС «Дельта» (Україна), «Планар» (Німеччина) (рис. 27) та ін.) координати точок на цифрових знімках можна вимірювати з точністю  $m_x = m_y = 0,005$  мм, що у 20-40 разів точніше, ніж виконані нами вимірювання лінійкою.



Рис. 27

#### **Тема 4. Визначення просторових координат точок місцевості за вимірами їх координат на стереопарі аерознімків та відомими елементами внутрішнього і зовнішнього орієнтування знімків (пряма фотограмметрична засічка)**

*Мета цих методичних вказівок* – опрацювати теоретичний матеріал курсу за даною тематикою і аналітично визначити просторові координати трьох контрольних точок місцевості  $XYZ$  за вимірами їх координат на стереопарі макетних аерознімків та відомими їх елементами внутрішнього і зовнішнього орієнтування.

##### ***Завдання до виконання лабораторної роботи***

1. Отримайте індивідуальні вхідні дані для розв’язання завдання за макетними знімками.
2. За відомими формулами виконайте в Excel відповідні обчислення згідно методичних вказівок і внесіть їх у таблиці.
3. Оформіть звіт згідно методичних вказівок, в якому послідовно приведіть всі обчислення і зробіть висновки.

##### ***Список літератури***

1. Дорожинський О.Л. Фотограмметрія та дистанційне зондування. Книга 1. – Підручник. – Львів: Видавництво Львівської Політехніки, 2019. – 176 с.
2. Дорожинський О.Л. Основи фотограмметрії: Підручник. – Львів: вид-во НУ «Львівська політехніка», 2003. – 214 с.
3. Грицьків Н.З. Презентація послідовності виконання лабораторної роботи у PowerPoint «Аналітичне розв’язання прямої фотограмметричної засічки для стереознімків». Львів, НУ «Львівська політехніка», 2020.

##### ***Вхідні дані***

Лабораторна робота виконується за індивідуальними даними.

***Вхідними даними*** для подальших обчислень є:

***а) елементи внутрішнього орієнтування знімка:***

$$x_0 = 0,00 \text{ мм}, y_0 = 0,00 \text{ мм}, f = 75 \text{ мм}.$$

***б) елементи зовнішнього орієнтування знімка:***

- координати центрів проекції стереопари  $X_s, Y_s, Z_s$  (т.  $S_1, S_2$ ) в умовній системі координат місцевості;

- кути нахилу знімків стереопари:  $\alpha_l, \omega_l, \kappa_l$  і  $\alpha_n, \omega_n, \kappa_n$ ;

***в) виміри координат  $x, y$  і паралаксів  $p, q$  трьох контрольних точок, просторові координати  $X_i, Y_i, Z_i$  які необхідно визначити.***

Виміри координат  $x, y$  і паралаксів  $p, q$  трьох опорних точок і шести стандартно розміщених т. в даній задачі не використовуються.

**Точність обчислень** координат точок знімків має становити **0,01 мм**, координат точок місцевості – **0,01 м**, тригонометричних функцій та напрямних косинусів – **0,0000001**.

**Теоретичні основи розв’язання прямої фотограмметричної засічки**

На рис. 28 умовно показано пряму фотограмметричну засічку за стереопарою знімків у векторній формі. Знімки характеризуються трьома елементами внутрішнього орієнтування  $x_0, y_0, f$  та по 6 елементів зовнішнього орієнтування: для лівого знімка -  $X_{S1}, Y_{S1}, Z_{S1}, \alpha_1, \omega_1, \kappa_1$ , для правого --  $X_{S2}, Y_{S2}, Z_{S2}, \alpha_2, \omega_2, \kappa_2$ .

В основу розв’язку даної задачі покладено умову колінеарності векторів:

$$\bar{R}_1 = N_1 \cdot \bar{r}_1, \quad \bar{R}_2 = N_2 \cdot \bar{r}_2. \quad (1)$$

Де  $N$  – масштабний коефіцієнт (скаляр).

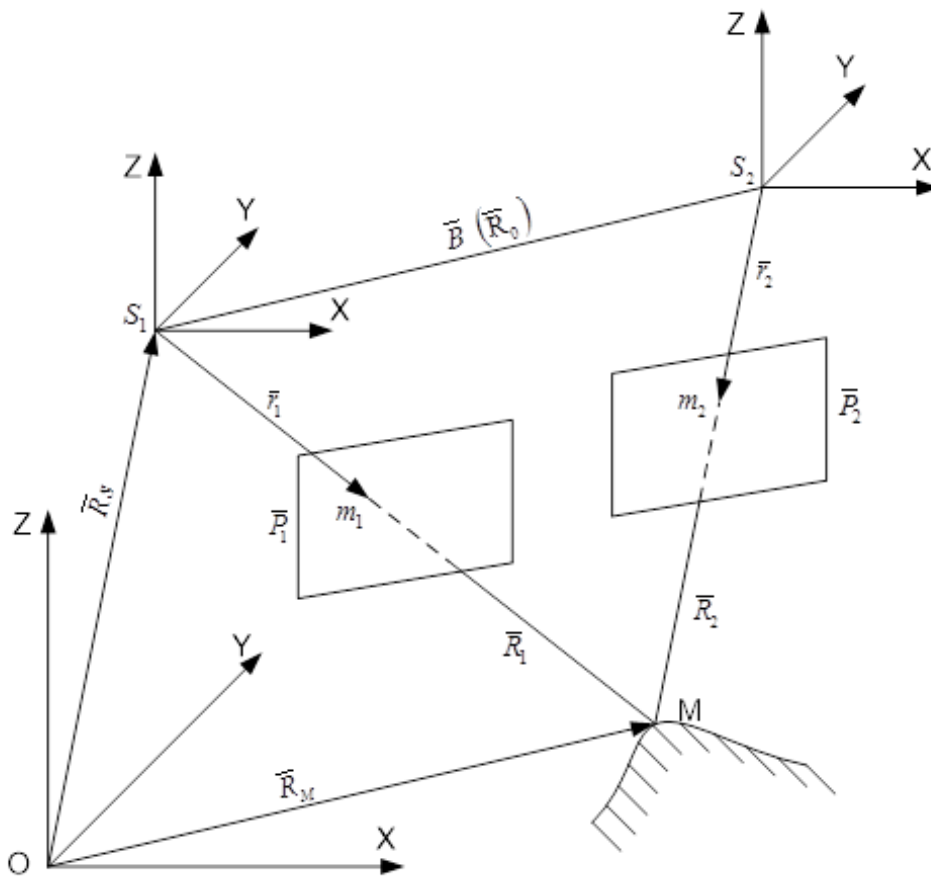


Рис. 28

Вектор  $\bar{R}_M$  до точки  $M$  можна записати як суму векторів  $\bar{R}_S$  і  $\bar{R}_1$  :

$$\bar{R}_M = \bar{R}_S + N_1 \cdot \bar{r}_1, \quad \text{де скаляр } N_1 = \frac{\bar{R}_0 \times \bar{r}_2}{\bar{r}_1 \times \bar{r}_2}, \quad \bar{r}_1 = \begin{bmatrix} X_1^c \\ Y_1^c \\ Z_1^c \end{bmatrix}, \quad \bar{r}_2 = \begin{bmatrix} X_2^c \\ Y_2^c \\ Z_2^c \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Спроектувавши вектори  $\bar{R}_M$  і  $\bar{R}_S$  на координатні осі, отримаємо:

$$\bar{R}_M = \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix}, \bar{R}_S = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} \quad (3)$$

Остаточно у координатній формі:

$$\begin{aligned} X_M &= X_S + N \cdot X_1^{\square}, \\ Y_M &= Y_S + N \cdot Y_1^{\square}, \\ Z_M &= Z_S + N \cdot Z_1^{\square}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{де } N = \frac{B_Y Z_2^{\square} - B_Z Y_2^{\square}}{Y_1^{\square} Z_2^{\square} - Y_2^{\square} Z_1^{\square}} = \frac{B_Z X_2^{\square} - B_X Z_2^{\square}}{X_1^{\square} Z_2^{\square} - X_2^{\square} Z_1^{\square}} = \frac{B_X Y_2^{\square} - B_Y X_2^{\square}}{X_1^{\square} Y_2^{\square} - X_2^{\square} Y_1^{\square}}. \quad (5)$$

### Послідовність виконання лабораторної роботи

1. За кутовими елементами зовнішнього орієнтування лівого  $\alpha_1, \omega_1, \kappa_1$  і правого  $\alpha_2, \omega_2, \kappa_2$  знімків обчисліть напрямні косинуси за формулами (6) і їх значення внесіть у табл. 11:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \cos \alpha \cos \kappa - \sin \alpha \sin \omega \sin \kappa, \\ a_2 &= -\cos \alpha \sin \kappa - \sin \alpha \sin \omega \cos \kappa, \\ a_3 &= -\sin \alpha \cos \omega, \\ b_1 &= \cos \omega \sin \kappa, \\ b_2 &= \cos \omega \cos \kappa, \\ b_3 &= -\sin \omega, \\ c_1 &= \sin \alpha \cos \kappa + \cos \alpha \sin \omega \sin \kappa, \\ c_2 &= -\sin \alpha \sin \kappa + \cos \alpha \sin \omega \cos \kappa, \\ c_3 &= \cos \alpha \cos \omega, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Таблиця 11

Напрямні косинуси

№ знімків	Знімок 1 (лівий)			Знімок 2 (правий)		
	1	2	3	1	2	3
$a_i$						
$b_i$						
$c_i$						

2. За формулами (7) обчисліть координати контурних точок у допоміжних системах координат обох знімків і внесіть їх у табл. 12:

$$\left. \begin{aligned} X' &= a_1 x + a_2 y - a_3 f \\ Y' &= b_1 x + b_2 y - b_3 f \\ Z' &= c_1 x + c_2 y - c_3 f \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Таблиця 12

Координати контурних точок в системах координат знімків

№ точок	Система координат $S_1XYZ$			Система координат $S_2XYZ$		
	$X'_1$ (мм)	$Y'_1$ (мм)	$Z'_1$ (мм)	$X'_2$ (мм)	$Y'_2$ (мм)	$Z'_2$ (мм)
10						
20						
30						

3. За формулами (5) обчисліть компоненти базиса і масштабний множник  $N$  та внесіть їх у таблицю 13.

Таблиця 13

Компоненти базиса і масштабний множник  $N$ 

№ точок	Компоненти базиса			Скаляр
	$B_x$ (м)	$B_y$ (м)	$B_z$ (м)	$N$
10				
20				
30				

4. За формулами (4) обчисліть просторові координати трьох контурних точок і внесіть їх у таблицю 14.

Таблиця 14

№ точок	Координати контурних точок на місцевості		
	$X$ (м)	$Y$ (м)	$Z$ (м)
10			
20			
30			

Каталог координат контурних точок на місцевості

5. За формулами (8) виконайте оцінку точності отриманих просторових координат контурних точок ( $m_{x,y} = m_p = 0,01$  мм):

$$m_{X,Y} = \frac{H}{f} m_{x,y} \sqrt{2}, \quad m_Z = \frac{H}{b} m_p \quad (8)$$



## Приклад одного з варіантів вхідних даних

Варіант 50  
Стереопара 7-8

Елементи внутрішнього орієнтування знімків:

$x_0 = 0,000$ мм
$y_0 = 0,000$ мм
$f = 75,00$ мм

Масштаб аерофотознімків     1:10000

Елементи зовнішнього орієнтування знімків:

	Знімок 1	Знімок 2
$X_s =$	4200 м	4900 м
$Y_s =$	700 м	690 м
$Z_s =$	750 м	758 м
$\alpha =$	$2^{\circ}00'$	$1^{\circ}20'$
$\omega =$	$2^{\circ}05'$	$-2^{\circ}10'$
$\kappa =$	$2^{\circ}00'$	$1^{\circ}00'$

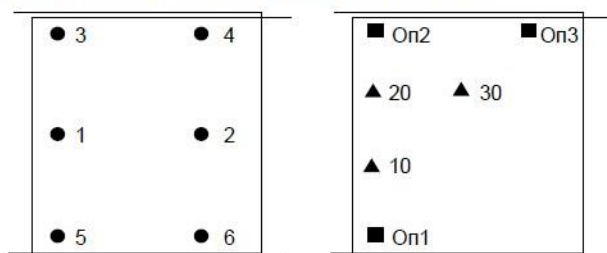
Результати фотограмметричних вимірів стереопари аерофотознімків

№	x (мм)	y (мм)	p (мм)	q (мм)	
<b>6 стандартно розташованих точок</b>					
1	200	-2,714	-2,635	71,327	-7,800
2	202	72,982	-5,279	74,660	-9,255
3	34	-0,252	65,415	74,038	-13,665
4	36	71,100	66,114	71,476	-16,459
5	366	-5,376	-76,183	66,809	-11,886
6	368	65,295	-75,642	68,093	-12,087
<b>Опорні точки</b>					
Оп1	366	-5,376	-76,183	66,809	-11,886
Оп2	34	-0,252	65,415	74,038	-13,665
Оп3	36	71,100	66,114	71,476	-16,459
<b>Контурні точки</b>					
10	283	-4,022	-38,776	68,831	-8,574
20	117	-1,398	33,731	76,030	-9,770
30	118	33,844	31,415	72,117	-10,394

Координати опорних точок в топоцентричній системі координат

	X (м)	Y (м)	Z (м)	
Оп1	366	4200,00	0,20	10,00
Оп2	34	4200,00	1400,00	3,00
Оп3	36	4900,00	1400,00	62,00

Схема розташування точок на стереопарі



Для цього варіанту контурні точки, які позначені на схемі трикутниками з позначеннями 10, 20, 30 мають координати (табл. 15):

Таблиця 15

Познач.	№ точок	Координати контурних точок на місцевості		
		X (м)	Y (м)	Z (м)
<b>10</b>	<b>283</b>	<b>4200,00</b>	<b>350,00</b>	<b>10,00</b>
<b>20</b>	<b>117</b>	<b>4200,00</b>	<b>1050,00</b>	<b>40,00</b>
<b>30</b>	<b>118</b>	<b>4550,00</b>	<b>1050,00</b>	<b>30,00</b>

